



2ª LISTA DE EXERCÍCIOS - VETORES

01) Dados dois vetores, $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ e $\mathbf{B} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, achar:

- a) o ângulo entre eles;
- b) a área do paralelogramo formado por eles;
- c) um vetor unitário perpendicular aos dois vetores dados.

02) Dois vetores com módulos iguais a a e b fazem um ângulo q entre si quando fazemos coincidir as suas caudas. Prove, tomando as componentes ao longo de dois eixos perpendiculares, que $r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos q}$ fornece o módulo da soma dos dois vetores.

03) Um barco navega para o norte com a velocidade de 12 m/s. Sabendo-se que a velocidade da maré é de 5 m/s e dirigida para o oeste, calcular o módulo, direção e sentido do vetor resultante do barco.

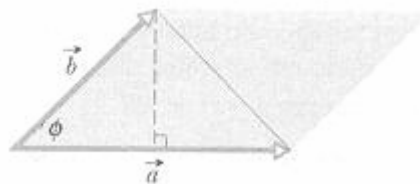
04) Dados os vetores $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + m\mathbf{k}$, calcular:

- a) o produto escalar entre \mathbf{u} e \mathbf{v} ;
- b) o produto vetorial entre \mathbf{u} e \mathbf{v} ;
- c) o valor de m de modo que \mathbf{u} seja ortogonal a \mathbf{w} .

05) Determinar o módulo e a direção dos seguintes vetores:

- a) $\mathbf{A} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
- b) $\mathbf{B} = 10\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$
- c) $\mathbf{C} = -2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

06) Mostre que a área do triângulo delineado por \mathbf{a} e \mathbf{b} e pelo segmento que une as duas pontas destes vetores da figura abaixo é igual a $1/2 |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$.



07) No produto $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, faça $q=2$, $\mathbf{v} = 2,0\mathbf{i} + 4,0\mathbf{j} + 6,0\mathbf{k}$ e $\mathbf{F} = 4,0\mathbf{i} - 20\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$. Qual a expressão de \mathbf{B} na notação de vetor unitário se $B_x = B_y$?

08) Calcular o produto escalar entre \mathbf{u} e \mathbf{v} , onde:

- a) $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = 8\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$;
- b) $\mathbf{u} = \mathbf{i} - 8\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$
- c) $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$

09) Dados os vetores: $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\mathbf{w} = 3\mathbf{i}$

- $\mathbf{j} + m \mathbf{k}$, calcular:

- a) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ b) $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ c) m de modo que \mathbf{u} seja ortogonal a \mathbf{w} ;
d) o ângulo entre \mathbf{u} e \mathbf{v} e) os co-senos diretores de \mathbf{u} e \mathbf{v} .

10) Sejam: $\mathbf{u} = 3 \mathbf{i} - 2 \mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\mathbf{v} = 7 \mathbf{i} + \mathbf{j} - 3 \mathbf{k}$. Encontre:

- a) $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ b) $4 \mathbf{u}$ c) $2 \mathbf{u} - 3 \mathbf{v}$ d) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ e) $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$

11) Um barco move-se rio abaixo com velocidade de 10 m/s e rio acima com velocidade de 6 m/s. Determine a velocidade própria do barco e a velocidade da correnteza do rio.

12) Para os seguintes três vetores, qual é o resultado de $3\mathbf{C}$. ($2\mathbf{A} \times \mathbf{B}$)?

$$\mathbf{A} = 2,0 \mathbf{i} + 3,0 \mathbf{j} - 4 \mathbf{k}; \quad \mathbf{B} = -3,0 \mathbf{i} + 4,0 \mathbf{j} + 2 \mathbf{k} \quad \text{e} \quad \mathbf{C} = 7,0 \mathbf{i} - 8,0 \mathbf{j}$$

13) Achar um vetor unitário perpendicular a $\mathbf{A} = \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} - 3 \mathbf{k}$ e $\mathbf{B} = 2 \mathbf{i} - \mathbf{j} + 3 \mathbf{k}$.

GABARITO:

01) a) $\cos q = -\frac{4}{\sqrt{182}}$; b) $\sqrt{166} u.a$; c) $\hat{u} = \pm \frac{1}{\sqrt{166}} (9\hat{i} - 6\hat{j} - 7\hat{k})$

03) 13 m/s ; 22,6° noroeste.

04) a) 6 ; b) $-16 \mathbf{i} + 10 \mathbf{j} + 14 \mathbf{k}$; c) $-7/3$

05) $\sqrt{34}$; $\text{tg } \alpha = 3/5$; $\sqrt{149}$; $\text{tg } \alpha = -7/10$; $\sqrt{29}$; $\left(\frac{-2}{\sqrt{29}}, \frac{-3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right)$

07) $-3 \hat{i} - 3 \hat{j} - 4 \hat{k}$

08) - 8; -25; 3

09) 6 ; $-16 \mathbf{i} + 10 \mathbf{j} + 14 \mathbf{k}$; $-7/3$; $\cos q = \frac{6}{\sqrt{588}}$; $\left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$

$$\left(\frac{4}{\sqrt{42}}, \frac{5}{\sqrt{42}}, \frac{1}{\sqrt{42}} \right)$$

10) $10 \mathbf{i} - \mathbf{j} - 2 \mathbf{k}$; $12 \mathbf{i} - 8 \mathbf{j} + 4 \mathbf{k}$; $-15 \mathbf{i} - 7 \mathbf{j} + 11 \mathbf{k}$; 16; $5 \mathbf{i} + 16 \mathbf{j} + 17 \mathbf{k}$

11) 8 m/s e 2 m/s

12) 540

13) $\hat{w} = \pm \frac{1}{\sqrt{115}} (3 \hat{i} - 9 \hat{j} - 5 \hat{k})$