Versão preliminar
6 de setembro de 2002

Notas de Aula de Física

03. Movimento retilíneo

Vivemos num mundo que tem com uma das principais característica o movimento. Mesmo corpos que aparentemente estão em repouso, só estão neste estado em relação a um certo referencial. Quando estamos deitados em nossa cama, tudo à nossa volta parece estar em repouso. E de fato, tudo está em repouso em relação ao nosso corpo. Mas não está em repouso em relação à Lua, ou ao Sol. Se estivéssemos deitado em uma cama de um vagão de um trem dormitório, todos os objetos do quarto ainda nos pareceriam parados, apesar desse conjunto se mover em relação aos trilhos. Daí concluirmos que movimento (ou repouso) é uma característica de um corpo em relação a um certo referencial específico

Quando um objeto real está em movimento, além de sua translação ele também pode tanto girar quanto oscilar. Se fôssemos sempre considerar essas características, o movimento de um corpo seria sempre um fenômeno bastante complicado de se estudar. Acontece, que em diversas situações o fenômeno mais importante é a translação. Desse modo, sem incorrer em grande erro, podemos isolar este tipo movimento e estudá-lo como o único existente.

Devemos ainda considerar que corpos que apresentam apenas o movimento de translação podem ser estudados como partículas, porque todas as partes do corpo com esse movimento descreverão a mesma trajetória.

Num estágio inicial, o estudo ainda pode ser mais simplificado porque matematicamente, uma partícula é tratada como um ponto, um objeto sem dimensões, de tal maneira que rotações e vibrações não estarão envolvidas em seu movimento.

Em resumo: vamos tratar como pontos materiais (ou partículas) os corpos que tenham apenas movimento de translação, e o caso mais simples será quando ele apresentar um movimento retilíneo.

Posição e deslocamento

A localização de uma partícula é fundamental para a análise do seu movimento. O seu movimento é completamente conhecido se a sua posição no espaço é conhecida em todos os instantes.

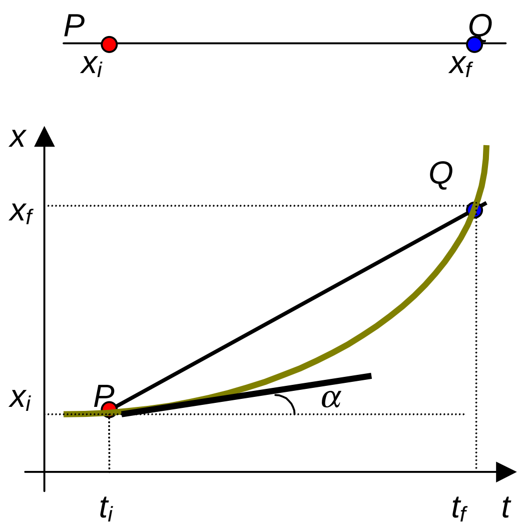
Vamos considerar que esse movimento componha-se de uma trajetória retilínea que tem como posição inicial o ponto P com coordenada x_i no instante t_i e posição final com coordenada x_f no instante t_f .

O deslocamento Δx é uma medida da diferença entre as posições inicial x_i que a partícula ocupou e a sua posição final x_f

$$\Delta x = x_i - x_f$$

e o intervalo de tempo é expresso como:

$$\Delta t = t_f - t_i$$



À medida que o intervalo de tempo Δt diminui o ponto Q se aproxima do ponto P, na figura anterior. No limite quando $\Delta t \to 0$, quando o ponto Q tende ao ponto P , a reta que os une passa a coincidir com a própria tangente à curva no ponto Q , ou seja $v = tan\alpha$. Assim, a velocidade instantânea em um dado ponto do gráfico espaço versus tempo é a tangente à curva neste ponto específico.

Velocidade média e velocidade escalar média

A velocidade de uma partícula é a razão segundo a qual a sua posição varia com o tempo. Podemos analisar um movimento de diversas maneiras, dependendo da sofisticação dos nossos instrumentos de medida.

A velocidade escalar média é definida como a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso:

$$\left| \bar{v} \right| = \frac{distância\ percorrida}{\Delta t}$$

Se uma viagem entre duas cidades distantes de $120km$ durou $1,5h$ nós dizemos que o percurso foi vencido com uma velocidade escalar média de $80km/h$. Na vida cotidiana essa informação é suficiente para descrever uma viagem.

Já a velocidade média é definida como a razão entre o deslocamento e o tempo necessário para esse evento.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Para calcularmos a velocidade média da viagem entre as duas cidades, deveríamos saber a ***distância em linha reta*** entre elas. Essa distância seria o deslocamento, que foi definido anteriormente.

No movimento unidimensional percurso e deslocamento são conceitos praticamente idênticos, de modo que só existirá uma diferença marcante entre as velocidades média e escalar média nos movimentos bidimensional ou tridimensional. Percurso é a distância percorrida por uma partícula num certo intervalo de tempo; enquanto que deslocamento é a diferença entre as posições inicial e final da partícula no intervalo de tempo considerado.

Velocidade instantânea e velocidade escalar

A velocidade instantânea v nos dá informações sobre o que está acontecendo num dado momento.

Ela é definida como:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Como foi mencionado, a velocidade média representa o que aconteceu entre o início e o fim de uma viagem. Já a velocidade instantânea em um dado momento representa o que aconteceu naquele momento. Colecionando as velocidades instantâneas de cada um dos momentos temos uma informação completa de como variou a velocidade ao longo de toda viagem.

A velocidade escalar é o módulo da velocidade é a velocidade sem qualquer indicação de direção e sentido.

No movimento retilíneo e uniforme a partícula se move com velocidade constante. A sua característica é que a velocidade em qualquer instante é igual à velocidade média. Portanto a equação que define este tipo de movimento é:

$$X = v\,t$$

Aceleração

A aceleração de uma partícula é a razão segundo a qual a sua velocidade varia com o tempo. Ela nos dá informações de como a velocidade está aumentando ou diminuindo à medida que o corpo se movimenta.

Para analisar a variação da velocidade durante um certo intervalo de tempo Δt nós definimos a aceleração média deste intervalo como:

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Quando queremos saber o valor da aceleração em cada instante do intervalo considerado, deveremos calcular a aceleração instantânea:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Quando um corpo em movimento está aumentando a sua velocidade temos que a sua aceleração será positiva pois:

$$V_f > v_i \Rightarrow \Delta v = v_f - v_i > 0 \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rangle\, 0$$

Se o corpo estiver diminuindo a sua velocidade a sua aceleração será negativa.

Aceleração constante - um caso especial

O exemplo anterior do movimento de um automóvel que varia a sua velocidade é uma situação típica de translação com aceleração constante em alguns trechos e nula em outros.

Vamos considerar o movimento com velocidade constante de uma partícula, entre um instante *inicial* t_0 e um instante posterior t. No instante inicial t_0 a partícula se encontrava na posição inicial x_0 com velocidade inicial v_0 e no instante t ela se encontrava na posição x com velocidade v .

A velocidade média da partícula neste intervalo entre t_0 e t é dada por:

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{v + v_0}{2}$$

onde a última igualdade é válida apenas para movimentos com aceleração constante, como esse caso específico.

Podemos colocar as equações anteriores com a seguinte forma que define x :

$$x = x_0 + \bar{v}(t - t_0) = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)(t - t_0)$$

Como a aceleração é constante, podemos usar a definição de aceleração média que é a própria aceleração constante neste caso presente:

$$a = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

ou seja:

$$\boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}$$

ou ainda

$$(t - t_0) = \frac{v - v_0}{a}$$

Usando este valor de v na equação que define x , encontraremos:

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{t - t_0}{2}\right) + [v_0 + a(t - t_0)]\left(\frac{t - t_0}{2}\right)$$

e rearrumando os vários termos teremos:

$$\boxed{x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2}$$

Usando o valor de $(t - t_0)$ na equação que define x encontraremos:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

ou seja:

$$x - x_0 = \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2a}\right)$$

e finalmente:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)}$$

Se estivéssemos considerando um movimento tridimensional, com aceleração constante nas três direções, poderíamos estender facilmente os resultados anteriores para as seguintes equações vetoriais:

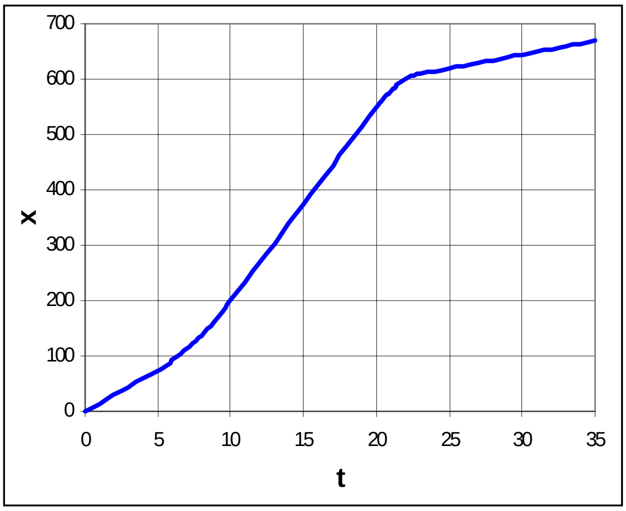
$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot\left(\vec{r} - \vec{r}_0\right) \end{cases}$$

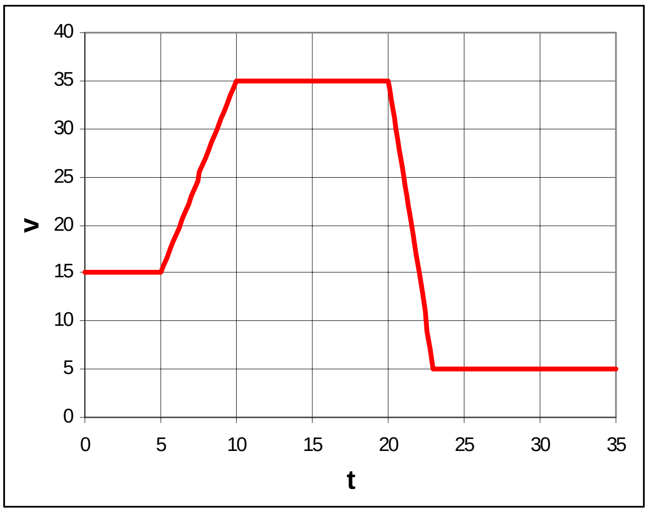
onde fizemos o instante inicial $t_0 = 0$. A última equação é conhecida como *equação de Torricelli.*

<u>Exemplo:</u>

Um motorista viaja ao longo de uma estrada reta desenvolvendo uma velocidade de $15m/s$ quando resolve aumentá-la para $35m/s$ usando uma aceleração constante de $4m/s^2$. Permanece $10s$ com essa velocidade, quando resolve diminuí-la para $5m/s$ usando uma aceleração constante de $10m/s^2$.

Trace os gráficos de *x versus t* , *v versus t* e *a versus t* para o todo o movimento mencionado.





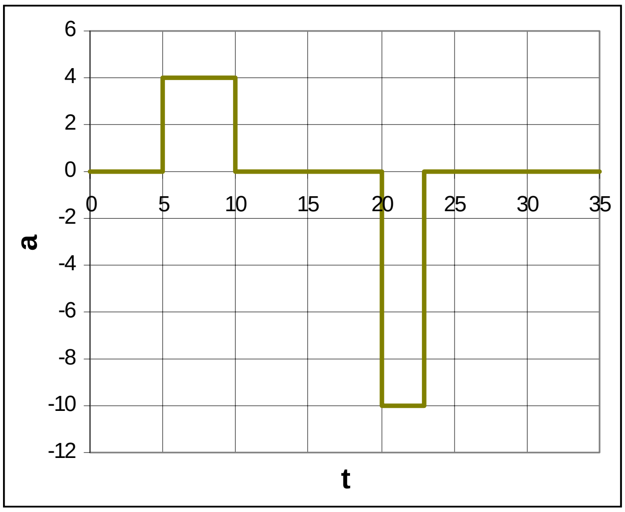


Tabela associada ao exemplo:

Intervalo	***Aceleração***	***Velocidade***	***Espaço***
$0 \to 5s$	Nula	Constante	Reta ascendente
$5s \to 10s$	Positiva	Reta ascendente	Parábola com concavidade voltada para cima
$10s \to 20s$	Nula	Constante	Reta ascendente
$20s \to 23s$	Negativa	Reta descendente	Parábola com concavidade voltada para baixo
$> 23s$	Nula	Constante	Reta ascendente

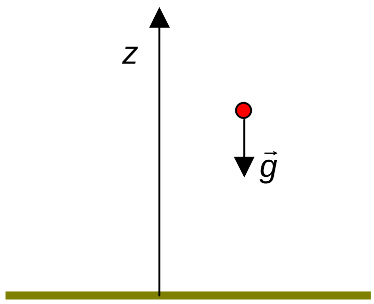
Aceleração de queda livre

Podemos particularizar o conjunto de equações vetoriais anteriormente deduzidas, para a situação do movimento de queda livre.

Para todos os efeitos práticos, um corpo que cai próximo à Terra, se comporta como se a superfície fosse plana e a aceleração da gravidade g fosse constante. Iremos usar valor de $g = 9{,}8m/s^2$, e considerar o eixo z apontando para cima da superifície da Terra.

Para a aceleração, temos que:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{g} = -\hat{k}g}$$



Para o espaço percorrido, temos que:

$$\hat{k}z = \hat{k}z_0 + \hat{k}v_0 t + \frac{1}{2}\left(-\hat{k}g\right)t^2$$

$$\boxed{z = z_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}}$$

Para a velocidade desenvolvida pela partícula, temos que:

$$\hat{k}v = \hat{k}v_0 + \left(-\hat{k}g\right)t$$

ou seja:

$$\boxed{v = v_0 - gt}$$

e também:

$$v^2 = v_0^2 + 2\left(-\hat{k}g\right)\cdot\left(\hat{k}z - \hat{k}z_0\right)$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 - 2g\left(z - z_0\right)}$$

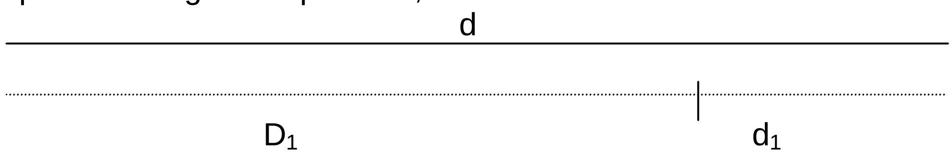
Esta última equação é conhecida como *equação de Torricelli*.

Solução de alguns problemas

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
15	Dois trens trafegam, no mesmo trilho, um em direção ao outro, cada um com uma velocidade escalar de *30km/h* . Quando estão a *60km* de distância um do outro, um pássaro, que voa a *60km/h* , parte da frente de um trem para o outro. Alcançando o outro trem ele volta para o primeiro, e assim por diante. (Não temos idéia da razão do comportamento deste pássaro.)

Vamos considerar $d = 60km$ e d_1 a distância que o trem da direita viaja enquanto o pássaro decola dele e atinge o tem da esquerda e t_1 o tempo gasto nesta primeira viagem.. A velocidade de cada trem é $v = 30km/h$ e a velocidade do pássaro é $v_p = 60km/h$.

Para a primeira viagem do pássaro, temos:



$$d = D_1 + d_1 = v_p t_1 + v t_1 = (v_p + v) t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{d}{v + v_p}$$

Para a segunda viagem, temos:

$$d = 2d_1 + (d_2 + D_2) = 2vt_1 + (v_p t_2 + v t_2)$$

$$t_2 \left(v + v_p \right) = d - 2vt_1 = d - 2v \frac{d}{v + v_p} = d \left(1 - \frac{2v}{v + v_p} \right)$$

$$t_2 = \frac{d}{v + v_p} \left(1 - \frac{2v}{v + v_p} \right) \quad \therefore \quad t_2 = t_1 \left(1 - \frac{2v}{v + v_p} \right)$$

Para a terceira viagem, temos

$$d = 2d_1 + 2d_2 + (d_3 + D_3)$$

$$d_3 + D_3 = d - 2d_1 - 2d_2 \quad \therefore \quad vt_3 + v_p t_3 = d - 2vt_1 - 2vt_2$$

$$t_3 = \frac{d}{v+v_p} - 2t_1\frac{v}{v+v_p} - 2t_2\frac{v}{v+v_p} = t_1 - 2t_1\frac{v}{v+v_p} - 2t_2\frac{v}{v+v_p}$$

ou ainda

$$t_3 = t_1\left(1 - \frac{2v}{v+v_p}\right) - 2t_2\frac{v}{v+v_p} = t_2 - 2t_2\frac{v}{v+v_p}$$

ou seja:

$$\boxed{t_3 = t_2\left(1 - \frac{2v}{v+v_p}\right)}$$

Por outro lado, já mostramos que:

$$\boxed{t_2 = t_1\left(1 - \frac{2v}{v+v_p}\right)}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{d}{v+v_p} = \frac{60}{30+60} = \frac{2}{3}h = 40\min}$$

Podemos inferir então que:

$$t_N = t_{N-1}\left(1 - \frac{2v}{v+v_p}\right)$$

ou seja:

$$t_N = t_1\left(1 - \frac{2v}{v+v_p}\right)^{N-1}$$

Concluímos que t_N é o ene-ésimo termo de uma progressão geométrica cujo primeiro termo $a_1 = t_1 = 40min$ e razão $q = 1 - \frac{2v}{v+v_p} = 1 - \frac{2.30}{30+60} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

a) Quantas viagens o pássaro faz de um trem para o outro, até a colisão?

As viagens do pássaro ficarão cada vez com um percurso menor até tornarem-se infinitesimais, por isso serão necessárias um número infinito de viagens de um trem para o outro.

b) Qual a distância total percorrida pelo pássaro?

O tempo necessário para o percurso será a soma dos termos da progressão:

$$S = \frac{a_1\left(1-q^N\right)}{1-q}$$

e quando $|q| < 1$ e N tende a infinito:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{t_1}{\frac{2v}{v+v_p}} = t_1\left(\frac{v+v_p}{2v}\right) = \left(\frac{d}{v+v_p}\right)\left(\frac{v+v_p}{2v}\right) = \frac{d}{2v}$$

ou seja

$$t = \frac{d}{2v} = \frac{60}{2.30} = 1h$$

$$D_p = v_p t = 60km/h\ .\ 1h = 60km$$

Uma forma direta de resolver este problema, mas que no entanto perde-se todo o detalhamento dos acontecimentos, é calcular o tempo necessário para a colisão dos dois trens:

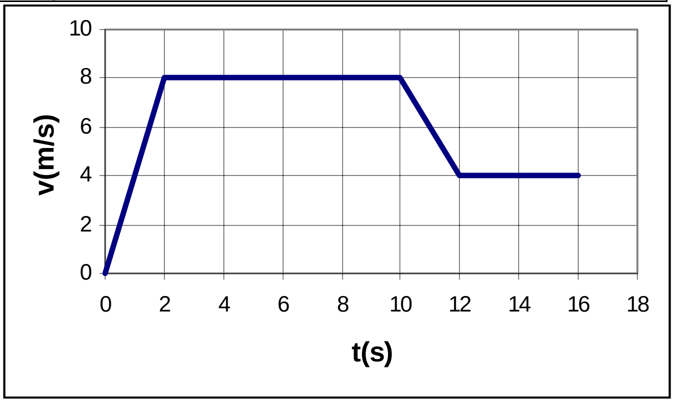
$$d = (\ v + v\ )\ t = 2vt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{d}{2v} = \frac{60}{2.30} = 1h$$

Esse tempo t é aquele que o pássaro tem para as suas viagens, logo a distância percorrida será:

$$D_p = v_p\ t = 60km$$

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

19 Qual a posição final de um corredor, cujo gráfico velocidade x tempo é dado pela figura ao lado, 16 segundos após ter começado a correr?



A distância percorrida por uma partícula é a área abaixo da curva num gráfico v versus t . Podemos demonstrar a afirmação anterior de vários modos, por exemplo:

Método 1:

$$Área = d = \int_{x_i}^{x_f} dx = \int_{t_i}^{t_f} v\, dt$$

$$d = Área = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

onde A_1 é a área do triângulo que tem como base *(0-2)*, A_2 é a área do retângulo que tem com base *(2-10)* , A_3 é a área do paralelogramo que tem como base *(10-12)* e A_4 é a área do retângulo que tem como base *(11-16).*

$$d = \frac{1}{2}(2x8) + (8x8) + \left[\frac{1}{2}(2x4) + (2x4)\right] + (4x4)$$

$$d = 100m$$

Método 2: Usar as equações da cinemática diretamente para cada percurso, e calcular as distâncias correspondentes.

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
34	A cabeça de uma cascavel pode acelerar $50m/s^2$ no instante do ataque. Se um carro, partindo do repouso, também pudesse imprimir essa aceleração, em quanto tempo atingiria a velocidade de $100km/h$?

$$v = 100km/h = 10^2 \frac{10^3 m}{3600s} \cong 27m/s$$

$$v = v_0 + at \quad ; \quad t = \frac{v}{a} = \frac{27 m/s}{50 m/s^2}$$

$$t = 0{,}54s$$

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
38	Um jumbo precisa atingir uma velocidade de $360km/h$ para decolar. Supondo que a aceleração da aeronave seja constante e que a pista seja de $1{,}8km$, qual o valor mínimo desta aceleração?

$$v^2 = (v_0)^2 + 2ad \quad \therefore \quad a = v^2/2d$$

$v = 360km/h$
$d = 1{,}8km$
$v_0 = 0$

$$a = 36000\ km/h^2 = 2{,}7\ m/s^2$$

se $g = 9{,}8m/s^2$ teremos $a = 0{,}27\ g$

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
41	Um carro a $97km/h$ é freiado e pára em $43m$.

a) Qual o módulo da aceleração (na verdade, da desaceleração) em unidades SI e em unidades g ? Suponha que a aceleração é constante.

$$v^2 = (v_0)^2 - 2ad \quad \therefore \quad a = (v_0)^2/2d = 8{,}28m/s^2$$

$$Se\ g = 9{,}8m/s^2 \quad temos\ que \quad a = 0{,}84\ g$$

$v_0 = 96km/h = 26{,}7\ m/s$
$d = 43m$
$v = 0$

b) Qual é o tempo de frenagem? Se o seu tempo de reação $t_{reação}$, para freiar é de $400ms$, a quantos "tempos de reação" corresponde o tempo de frenagem?

$$v = v_0 - at \;\therefore\; t = v_0/a \quad \text{ou seja:} \quad t = 3{,}22s$$

$$t_{reação} = 400ms = 400 \,.\, 10^{-3}s = 0{,}4s$$

$$T = t + t_{reação}$$

$$T = 3{,}62s$$

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

43 Em uma estrada seca, um carro com pneus em bom estado é capaz de freiar com uma desaceleração de $4,92m/s^2$ (suponha constante).

a) Viajando inicialmente a $24,6ms$, em quanto tempo esse carro conseguirá parar?

$$v = v_0 - at \quad \therefore \quad t = v_0/a = 24,6/4,92$$

$$t = 5s$$

$a = 4,92m/s^2$
$v_0 = 24,6\ m/s$
$v = 0$

b) Que distância percorre nesse tempo?

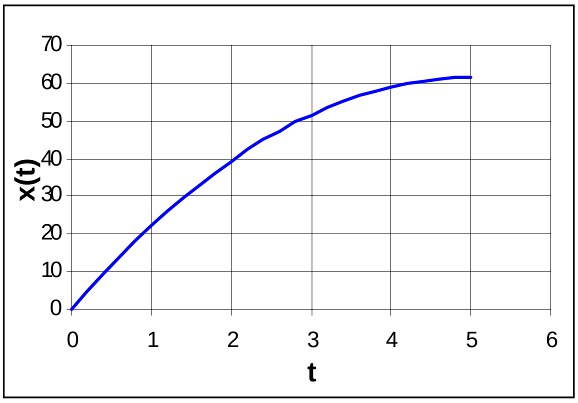
$$v^2 = (v_0)^2 - 2ad \quad \therefore \quad d = (v_0)^2/2a = (24,6)^2/(2.4,92)$$

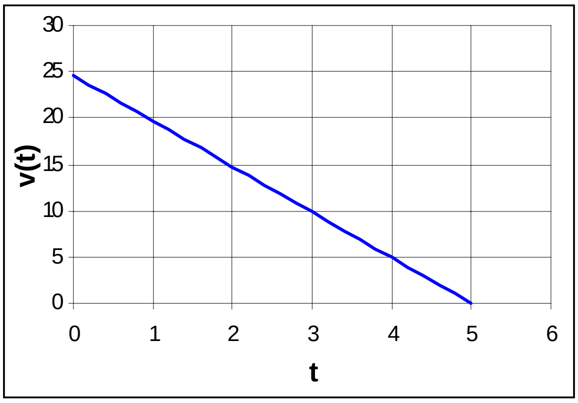
$$d = 61,5m$$

c) Faça os gráficos *x versus t* e *v versus t* para a desaceleração.

$x(t) = 24,6t - 2,46t^2$ em metros

$v(t) = 24,6 - 4,92t$ em m/s





Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

45 Os freios de um carro são capazes de produzir uma desaceleração de $5,2m/s^2$.

a) Se você está dirigindo a 140km/h e avista, de repente, um posto policial, qual o tempo mínimo necessário para reduzir a velocidade até o limite permitido de 80km/h ?

$$v = v_0 - at$$

$$t = (v_0 - v)/a = 16,8/5,2$$

$$t=3,2s$$

$v_0 = 140km/h = 39,2m/s$
$v = 80km/h = 22,4m/s$
$a = 5,2m/s^2$

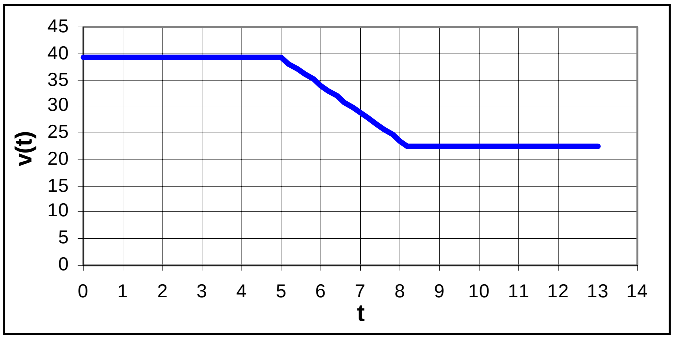
b) Trace o gráfico x versus t e v versus t para esta desaceleração.
Consideramos que até o instante $t = 5s$ o carro vinha desenvolvendo a velocidade de $39,2m/s$, quando começou a freiar até $3,2s$ mais tarde, quando passou a desenvolver a velocidade de $22,4m/s$.

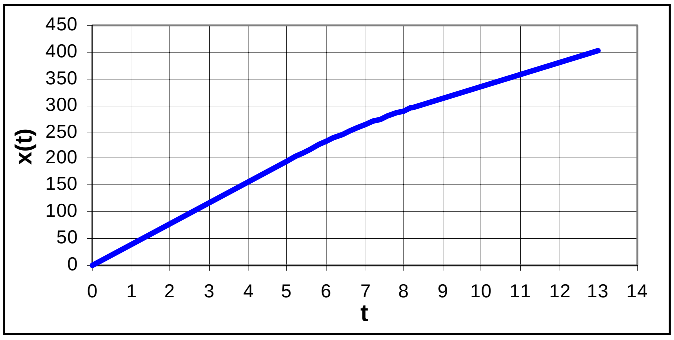
O gráfico *x versus t* é uma reta para $0 < t < 5s$,

é uma parábola com concavidade para baixo para
$5s < t < 8,2s$

e volta a ser uma reta para
$t > 8,2s$.

Nestes intervalos temos respectivamente: movimento uniforme, movimento uniformemente acelerado e novamente movimento uniforme.





Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

54 Quando a luz verde de um sinal de trânsito acende, um carro parte com aceleração constante $a = 2,2m/s^2$. No mesmo instante, um caminhão, com velocidade constante de $9,5m/s$, ultrapassa o automóvel.

a) A que distância, após o sinal, o automóvel ultrapassará o caminhão?

Automóvel *Caminhão*

$x = at^2/2$ $X = V\,t$

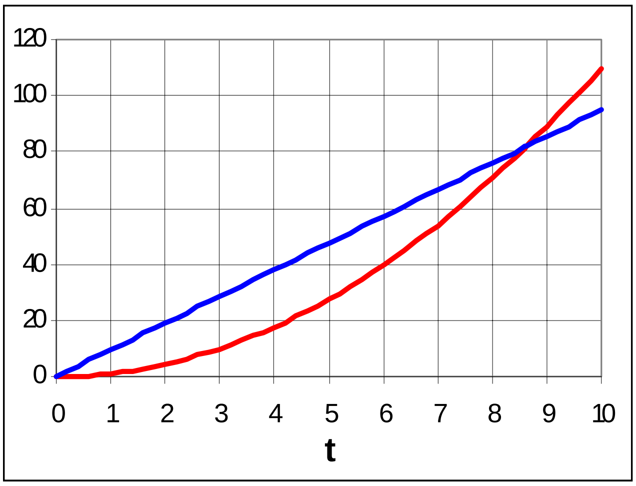
No instante t = t_E o automóvel vai alcançar o caminhão, logo:

$$x_E = X_E$$

$$\frac{at_E^2}{2} = Vt_E \Rightarrow t_E = \frac{2V}{a} = \frac{2.9,5}{2,2}$$

$$t_E = 8,6s$$

$$X_E = V\,t_E = 9,5.8,6 = 81,7m.$$

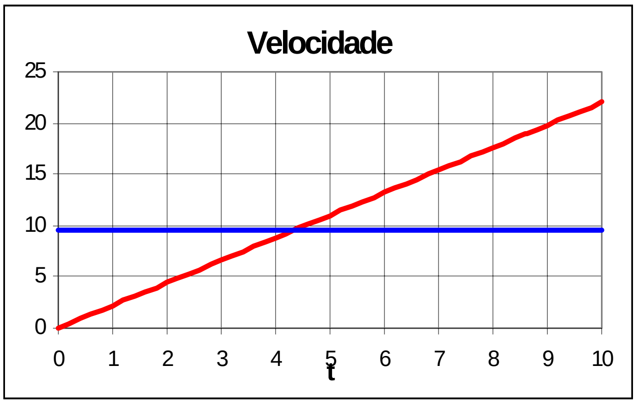


Curva azul = X = Caminhão
Curva vermelha = x = Automóvel

b) Qual a velocidade do carro nesse instante?

$$v_E = v_0 + a\ t_E = 2{,}2 + 8{,}6$$

$$v_E = 18{,}9m/s$$



Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
57	Dois trens, em movimento retilíneo, viajam na mesma direção e em sentidos opostos, um a *72km/h* e o outro a *144km/h* . Quando estão a *950m* um do outro, os maquinistas se avistam e aplicam os freios. Determine se haverá colisão, sabendo-se que a desaceleração em cada um dos trens é de $1{,}0m/s^2$.

Vamos chamar *x* e *X* as distâncias que cada trem percorrerá antes de parar. Neste instante teremos $v = V = 0$.

$v_0 = 72km/h = 20m/s$
$V_0 = 144km/h = 40m/s$
$d = 950m$
$a = 1m/s^2$

$$v^2 = (v_0)^2 - 2ax \quad \therefore \quad x = (v_0)^2/2a$$

$$V^2 = (V_0)^2 - 2aX \quad \therefore \quad X = (V_0)^2/2a$$

A distância *D* necessária para os dois trens pararem é $D = x + X$

$$D = \frac{v_0^2 + V_0^2}{2a} = 1000m$$

Como essa distância *D* é maior que a distância *d* disponível, acontecerá a colisão entre os dois trens.

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
61	Considere que a chuva cai de uma nuvem, 1700m acima da superfície da Terra. Se desconsiderarmos a resistência do ar, com que velocidade as gotas de chuva atingiriam o solo? Seria seguro caminhar ao ar livre num temporal?

$$v^2 = (v_0)^2 + 2ah = 2gh$$

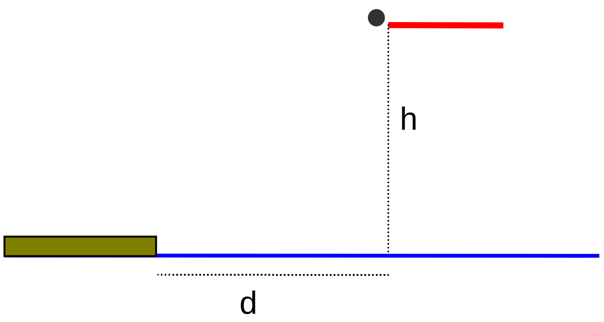
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.9{,}8.1700} = 182{,}5m/s$$

$$v = 657km/h$$

$v_0 = 0$
$a = g = 9{,}8m/s^2$
$h = 1700m$

Decididamente não seria seguro caminhar ao ar livre num temporal com gotas alcançando a superfície da terra com esta velocidade.

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
69	Um objeto é largado de uma ponte *45m* acima da água. O objeto cai dentro de um barco que se desloca com velocidade constante e estava a *12m* do ponto de impacto no instante em que o objeto foi solto. Qual a velocidade do barco?



h = 45m
$v_0 = 0$
d = 12m

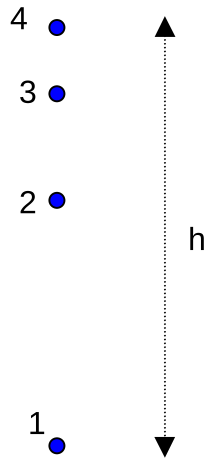
$$\left.\begin{aligned} d &= vt \\ h &= \frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad t = \frac{d}{V} \quad \therefore \quad h = \frac{gd^2}{2V^2}$$

$$V = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 12\sqrt{\frac{9{,}8}{2.45}} = 3{,}9m/s$$

V = 14,1km/h

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
78	Do cano de um chuveiro, a água pinga no chão, *200cm* abaixo. As gotas caem em intervalos regulares, e a primeira gota bate no chão, no instante em que a quarta gota começa a cair. Determine as posições da segunda e terceira gotas, no instante em que a primeira gota bate no chão.

Seja t_i o tempo de vôo da i-ésima gota:



$$h = h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$h_2 = \frac{gt_2^2}{2}$$

$$h_3 = \frac{gt_3^2}{2}$$

Como existe um intervalo Δt entre cada gota, temos que $t_1 = 3\Delta t$; $t_2 = 2\Delta t$ e $t_3 = \Delta t$. Logo

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = \frac{(2\Delta t)^2}{(3\Delta t)^2} = \frac{4}{9} \quad \therefore \quad h_2 = \frac{4}{9}h_1 = \frac{8}{9}m$$

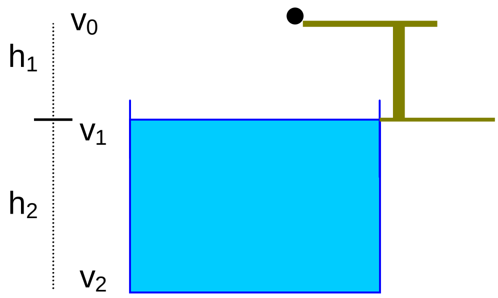
$$\frac{h_3}{h_1} = \frac{t_3^2}{t_1^2} = \frac{(\Delta t)^2}{(3\Delta t)^2} = \frac{1}{9} \quad \therefore \quad h_3 = \frac{1}{9}h_1 = \frac{2}{9}m$$

Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

79 Uma bola de chumbo é deixada cair de um trampolim localizado a *5,2m* acima da superfície de um lago. A bola bate na água com uma certa velocidade e afunda com a mesma velocidade constante. Ele chegará ao fundo *4,8s* após ter sido largada.

a) Qual a profundidade do lago?

$h_1 = 5,2m$



$t = t_1 + t_2 = 4,8s$

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2} \quad \therefore \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$t_1 = 1,03s$ e $t_2 = 3,77s$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2gh_1 \quad \therefore \quad v_1 = \sqrt{2gh_1} = 10,09m/s$$

$h_2 = v_1 t_2 = 38,06m$

b) Qual a velocidade média da bola?

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{espaço}{tempo} = \frac{h_1 + h_2}{t_1 + t_2} = \frac{5,2 + 38,06}{4,8} = 9,01m/s$$

c) Suponha que toda água do lago seja drenada. A bola é atirada do trampolim, e novamente chega ao fundo do lago 4,8s depois. Qual a velocidade inicial da bola?

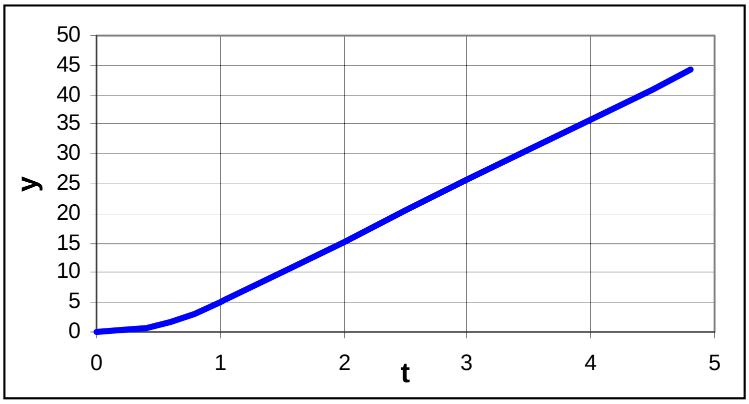
Vamos considerar V_0 a nova velocidade inicial:

$$h = V_0 t + \frac{gt^2}{2} \quad \therefore \quad V_0 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2} = 7,92 - 23,52 = -15,60m/s$$

Na equação acima o sinal de g é positivo significando que o referencial positivo foi tomado como apontando para baixo. Desse modo, como V_0 calculado é negativo, a bola foi lançada para cima.

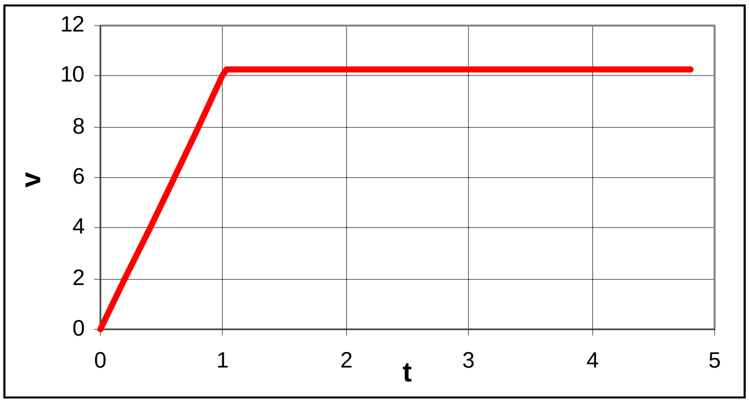
$0 < t < 1{,}03s$

O movimento da bola de chumbo é de queda livre, portanto a curva no gráfico *y versus t* será uma parábola e a curva no gráfico *v versus t* será uma reta inclinada em relação à horizontal.



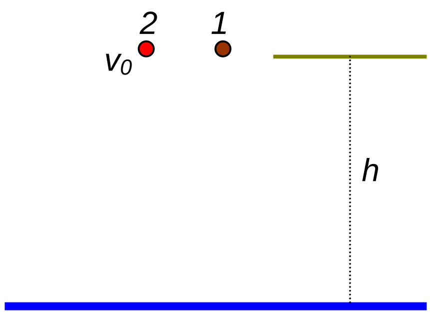
$t > 1{,}03s$

O movimento da bola de chumbo é de retilíneo e uniforme, portanto a curva no gráfico *y versus t* será uma reta inclinada em relação à horizontal e a curva no gráfico *v versus t* será uma reta paralela à horizontal.



Capítulo 2 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
82	Uma pedra é largada de uma ponte a $43m$ acima da superfície da água. Outra pedra é atirada para baixo $1s$ após a primeira pedra cair. Ambas chegam na água ao mesmo tempo.

a) Qual era a velocidade inicial da segunda pedra?



$h = 44m$

$\Delta t = 1s$

$t_2 = t_1 - \Delta t$

$$h = \frac{gt_1^2}{2} \quad \therefore \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2{,}99s \cong 3s$$

O tempo gasto pela segunda pedra será:

$$t_2 = t_1 - \Delta t = 2s$$

Logo:

$$h = v_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \quad \therefore \quad v_0 = \frac{h}{t_2} - \frac{gt_2}{2}$$

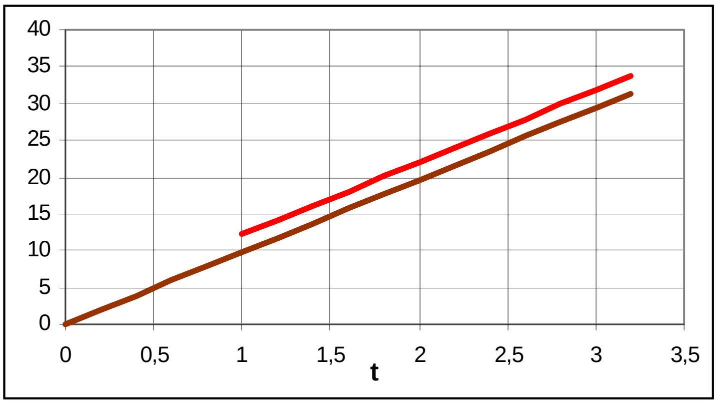
$$v_0 = 12{,}2m/s$$

b) Faça o gráfico da velocidade versus tempo para cada pedra, considerando t = 0 o instante em que a primeira pedra foi largada.

Curvas das velocidade:

Vermelho = primeira pedra

Marrom = segunda pedra



Curvas das distâncias:

Vermelho = primeira pedra

Marrom = segunda pedra