Versão preliminar
7 de setembro de 2002

Notas de Aula de Física

06. Força de atrito

Sempre que a superfície de um corpo escorrega sobre outro, cada corpo exerce sobre o outro uma força paralela às superfícies. Essa força é inerente ao contato entre as superfícies e chamamos de força de atrito. A força de atrito sobre cada corpo tem sentido oposto ao seu movimento em relação ao outro corpo.

As forças de atrito que atuam entre superfícies em repouso relativo são chamadas de forças de atrito estático, em contraposição às forças de atrito cinético que acontece entre superfícies que têm movimento relativo. Existe atrito entre superfícies em repouso quando acontece uma tendência ao movimento. Para um tijolo em parado numa ladeira, há uma tendência ao movimento, mas a força de atrito entre as superfícies em contato mantém o tijolo em repouso.

A força de atrito estático máxima entre duas superfícies será igual à força mínima necessária para iniciar o movimento relativo. Iniciado o movimento, as forças de atrito que atuam entre as superfícies usualmente decrescem, passando a atuar a força de atrito cinético, de modo que uma força menor será suficiente para manter o movimento.

Atrito

Algumas leis empíricas para o atrito estático máximo entre superfícies foram propostas por Leonardo da Vinci ($\approx$ 1500) tais como:

i. *Sempre que a superfície de um corpo escorrega sobre outro, cada corpo exerce sobre o outro uma força paralela às superfícies*. Essa força é inerente ao contato entre as superfícies e chamamos de força de atrito. A força de atrito sobre cada corpo tem sentido oposto ao seu movimento em relação ao outro corpo.

ii. *A força de atrito estático máxima entre duas superfícies será igual à força mínima necessária para iniciar o movimento relativo*.

iii. *Iniciado o movimento, as forças de atrito que atuam entre as superfícies usualmente decrescem*, pois entra em ação a força de atrito cinético, de modo que uma força menor será suficiente para manter o movimento.

iv. *A força de atrito independe da área de contato entre o corpo e a superfície que o suporta*. Quanto maior a área de contato menor a pressão que o corpo exerce sobre a superfície. Esse fato significa que a força necessária para arrastar um tijolo metálico sobre uma mesa metálica é a mesma, não importando qual a face do tijolo esteja em contato com a mesa. Podemos entender esse resultado considerando que *a área microscópica de contato* será a mesma em ambas as situações.

v. *A força de atrito é proporcional à força normal que a superfície exerce sobre o corpo considerado*. A normal é proporcional a quantidade de microsoldas que existirão entre as superfícies.

Entre tapas e beijos

Na Física, a idéia de contato está relacionada à interação que surge quando objetos se tocam. Podemos entender essa idéia se pensarmos em nosso próprio corpo. Ele está equipado para sentir estas interações, que podem se manifestar sob as mais diferentes formas, produzindo uma grande variedade de sensações em nossa pele.

Uma boa bofetada, por exemplo, corresponde a uma interação entre a mão de quem bate e a face de quem recebe, assim como um carinho. Do ponto de vista da Física essas duas interações são de mesma natureza. Uma diferença básica entre elas é a intensidade da força aplicada: um tapa, em geral, significa uma força muito mais intensa do que um carinho.

Porém há outra diferença importante entre o tapa e o carinho: a direção da força aplicada. Em um tapa, a força é na direção perpendicular à face da vítima e no carinho, em geral, essa força ocorre numa direção paralela à pele. Essa distinção também ocorre em outras situações em que existe o contato entre os objetos. Em batidas, chutes, pancadas, beijos, espetadas, ou mesmo simplesmente quando um objeto se apóia sobre outro, temos forças que agem na direção perpendicular ou normal à superfície dos objetos por isso são denominadas forças normais. Em outros casos, a força aparece na direção paralela à superfície. É o que ocorre em situações como arranhões, raspadas, esfregadas, deslizamentos, etc. Em geral, essas forças recebem o nome de forças de atrito.

Portanto, os efeitos das forças de contato entre objetos dependem da maneira como são aplicadas, paralela ou perpendicular à superfície. Mas não é só isso que influi. Também são importantes: a intensidade da força, as características dos objetos e de suas superfícies, e o tempo em que eles permanecem em contato. Uma força muito normal

Como vimos, as forças normais de contato aparecem quando um corpo toca outro. Um chute em uma bola, um cutucão, uma pedra atingindo uma vidraça são exemplos de interações nas quais ocorre esse tipo de força. Em todos esses exemplos é fácil perceber a presença da força, pelos efeitos evidentes que ela produz. Mas as forças normais de contato também aparecem em situações onde sua presença não é tão visível. Quando algum objeto ou pessoa, se apóia sobre uma superfície, ela força esta superfície para baixo. Por outro lado, a superfície sustenta a pessoa aplicando em seus pés uma força para cima: essa é a força normal.

As forças sempre causam alguma deformação nos objetos, que dependendo de suas características podem sem temporárias ou permanentes. Vamos discutir essa características a partir de dois fenômenos físicos bastante conhecidos, mas que em geral são confundidos: a pisada na bola e a pisada no tomate. As diferenças observadas entre as duas pisadas revelam as diferentes características de cada material. As forças aplicadas provocam deformações na bola e no tomate. A bola volta ao normal após a pisada, e o tomate não. O material da bola é relativamente elástico, ou seja, as deformações sofridas por ela no momento da pisada são temporárias. Quando as forças cessam, sua tendência é retornar à forma original. Quanto ao tomate, podemos dizer que é quase completamente inelástico, uma vez que a deformação por ele sofrida é permanente. Pense em outros exemplos de materiais elásticos e inelásticos.

Nem sempre é fácil dizer o que é ou não é elástico. Na realidade, não há um objeto que seja totalmente elástico ou inelástico. Algumas bolas sofrem deformações permanentes depois de muitas pisadas, perdendo sua forma. Por outro lado, mesmo um tomate tem sua elasticidade: uma apertadinha bem leve lhe provoca uma pequena deformação, que desaparece assim que o soltamos.

O atrito ao microscópio

O atrito está presente em diversas situações do nosso dia-a-dia. Ele surge sempre que tentamos deslizar uma superfície sobre outra. Ao passar a mão na cabeça de um cachorro, ao apagar uma bobagem escrita na prova ou ao lixar uma parede, a força de atrito é a personagem principal. Quanto mais ásperas as superfícies, maior o atrito entre elas: arrastar um móvel sobre um carpete é bem diferente do que sobre um piso de cerâmica.

Em determinadas situações é fundamental que o atrito seja o menor possível, como no caso da patinação no gelo, onde os movimentos ocorrem graças ao reduzido atrito entre as lâminas dos patins e a superfície do gelo. O peso do patinador, concentrado todo nas lâminas, exerce uma pressão sobre o gelo derretendo-o e formando uma pequena camada de água entre as lâminas e a superfície do gelo. Dessa forma o atrito torna-se muito pequeno, facilitando o movimento do patinador.

Mas se em muitos casos o atrito atrapalha, em outras situações pode ser totalmente indispensável. É ele que garante que ao empurrarmos o chão para trás seremos impulsionados para frente. Sem atrito, ficaríamos deslizando sobre o mesmo lugar. A tirinha abaixo ilustra bem uma situação onde o atrito faz falta.

Mesmo objetos aparentemente lisos, como um vidro, uma mesa envernizada ou a superfície de um automóvel, possuem muitas saliências e "buracos" no nível microscópico. Quando um objeto é colocado sobre uma superfície (um tijolo sobre a mesa, por exemplo), ele tem na verdade, somente alguns pontos de contato com ela, devido a essas saliências.

Uma teoria que explica a existência do atrito afirma que nos pontos onde as saliências se justapõem, ocorrem fortes adesões superficiais, semelhante a uma espécie de solda entre os dois materiais. Desse modo a força de atrito está associada à dificuldade em romper essas soldas quando um corpo é arrastado sobre o outro. Durante o movimento, as soldas se refazem continuamente, em novos pontos de contato, de forma que durante o arrastamento existe sempre uma força de resistência ao movimento: é a força de atrito. Para ter uma idéia de como essas soldas ocorrem imagine o que acontece quando você senta no banco de um ônibus. O atrito entre sua calça e o banco, poderia ser representado, a nível microscópico, da seguinte forma: Essa teoria das soldas nos permite entender o efeito dos lubrificantes que têm a função de diminuir o atrito, ao preencher as reentrâncias existentes entre as superfícies e dificultar a formação das soldas. Vistas de perto, as superfícies mais lisas são cheias de imperfeições O atrito ao microscópio

Uma fórmula para a força de atrito

Na última festa junina ocorrida na sua escola, o professor de Física, meio alterado após o árduo trabalho na barraquinha do quentão, decide comprovar algumas teorias físicas para uma platéia estarrecida. Sua façanha: subir no pau-de-sebo. Para diminuir o vexame, que sugestões você daria para aumentar a força de atrito e facilitar a escalada do mestre?

Em primeiro lugar, provavelmente você irá sugerir ao professor que agarre bem forte no pau de sebo. Com isso você estará garantindo que a força normal seja grande, o que irá causar maior atrito. Mas também é possível tentar alterar um pouco os materiais em interação, talvez passando areia na roupa e na mão. Ou seja, estamos sugerindo um coeficiente de atrito maior.

Uma maneira matemática de expressar essas possibilidades é através da seguinte fórmula:

$$F_{atrito} = \mu F_{normal}$$

A letra grega μ *indica o coeficiente de atrito entre as superfícies (aquela história da areia) e* F_{normal} *indica o valor da força normal entre as duas superfícies, quer dizer, a agarrada forte que o professor deve dar. Pela fórmula, você pode ver que quanto maior forem esses maior será o atrito.*

Leituras de Física - MECÂNICA - Capítulo 16
GREF - Grupo de Reelaboração do Ensino de Física
Instituto de Física da USP - junho de 1998

Si no Existiera Rozamiento

Ya hemos visto lo diversas e inesperadas que son las formas en que se manifiesta el rozamiento anuestro alrededor. El rozamiento toma parte muy importante incluso allí donde nosotros ni lo sospechamos. Si el rozamiento desapareciera repentinamente, muchos de los fenómenos ordinarios se desarrollarían de formas completamente distintas.

El papel del rozamiento fue descrito de una manera muy pintoresca por el físico francés Guillaume: "Todos hemos tenido ocasión de salir a la calle cuando ha helado. !Cuánto trabajo nos ha costado evitar las caídas! ¡Cuántos movimientos cómicos tuvimos que hacer para poder seguir en pie! Esto nos obliga a reconocer que, de ordinario, la tierra por que andamos posee una propiedad muy estimable, gracias a la cual podemos conservar el equilibrio sin gran esfuerzo. Esta misma idea se nos ocurre cuando vamos en bicicleta por un pavimento resbaladizo o cuando un caballo se escurre en el asfalto y se cae. Estudiando estos fenómenos llegamos a descubrir las consecuencias a que nos conduce el rozamiento. Los ingenieros procuran evitar el rozamiento en las máquinas, y hacen bien.

En la Mecánica aplicada se habla del rozamiento como de un fenómeno muy pernicioso, y esto es cierto, pero solamente dentro de los límites de un estrecho campo especial. En todos los demás casos debemos estar agradecidos al rozamiento. El nos da la posibilidad de andar, de estar sentados y de trabajar sin temor a que los libros o el *tintero se caigan al suelo o de que la mesa resbale hasta toparse con algún rincón o la pluma se nos escurra de entre los dedos. El rozamiento es un fenómeno tan difundido que, salvo raras excepciones, no hay que pedirle ayuda; él mismo nos la ofrece. El rozamiento da estabilidad. Los albañiles nivelan el suelo de manera que las mesas y las sillas se quedan allí donde las ponemos. Si sobre una mesa colocamos platos, vasos, etc., podemos estar tranquilos de que no se moverán de sus sitios, a no ser que esto ocurra en un barco cuando hay oleaje.*

Imaginémonos que el rozamiento se puede eliminar por completo. En estas condiciones, los cuerpos, tengan las dimensiones de una peña o las de un pequeño granito de arena, no podrán apoyarse unos en otros: todos empezarán a resbalar o rodar y así continuarán hasta que se encuentren a un mismo nivel. Si no hubiera rozamiento, la Tierra sería una esfera sin rugosidades, lo mismo que una gota de agua." A esto podemos añadir, que si no existiera el rozamie nto los clavos y los tornillos se saldrían de las paredes, no podríamos sujetar nada con las manos, los torbellinos no cesarían nunca, los sonidos no dejarían de oírse jamás y producirían ecos sin fin, que se reflejarían en las paredes sin debilitarse.

Las heladas nos dan siempre buenas lecciones de la gran importancia que tiene el rozamiento. En cuanto nos sorprenden en la calle nos sentimos incapaces de dar un paso sin temor a caernos. Como muestra instructiva reproducimos las noticias que publicaba un periódico en una ocasión (en diciembre de 1927): "Londres, 21. Debido a la fuerte helada, el tráfico urbano y tranviario se ha hecho muy difícil en Londres. Cerca de 1 400 personas han ingresado en los hospitales con fracturas de brazos y piernas". "Cerca del Hyde Park chocaron tres automóviles y dos vagones del tranvía. Los automóviles resultaron totalmente destruidos por la explosión de la gasolina ..." "París, 21. La helada ha ocasionado en París y sus alrededores numerosos accidentes ..."

Y sin embargo, el hecho de que el hielo ofrezca poco rozamiento puede ser útil para fines técnicos. Un ejemplo son los trineos ordinarios. Otra demostración aun más convincente son los llamados caminos de hielo, que se hacían para transportar los leños desde el lugar de la tala hasta el ferrocarril o hasta el punto de lanzamiento a un río para su transporte por flotación. Por estos caminos (fig. 23), que tienen una especie de raíles lisos helados, un par de caballos puede arrastrar un trineo cargado con 70 toneladas de troncos.

Física Recreativa II
Yakov Perelman
Capitulo Segundo

Movimento circular e uniforme - Força centrípeta

Os corpos que se deslocam com movimento circular e uniforme têm em comum uma aceleração da mesma forma - a mesma equação, independente da força que causa este tipo de movimento.

Se o corpo tiver uma massa m e desenvolver uma velocidade v em um círculo de raio r, a sua aceleração centrípeta será:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

e a força associada à essa aceleração terá a forma:

$$F_C = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

A força centrípeta não tem origem física, mas é uma característica dos corpos que se movimentam em trajetórias curvas.

Se a força de interação gravitacional mantiver um corpo de massa m_1 girando em torno de um outro corpo de massa m_2 com velocidade v em um círculo de raio r , teremos:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

e a força centrípeta

$$F_c = m_1\frac{v^2}{r}$$

Mas como a força gravitacional é quem mantém o movimento circular e uniforme, temos que:

$$F_G = F_c \quad \Rightarrow \quad m_1\frac{v^2}{r} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

O mesmo poderia ser dito para o movimento de uma partícula de massa m_A e carga Q_A que gira em torno de outra partícula de massa m_B e carga Q_B , com velocidade V em um círculo de raio R sob a ação da força elétrica de interação entre essas cargas, ou força de Coulomb:

$$F_E = k\frac{Q_A Q_B}{R^2}$$

e a força centrípeta

$$F_c = m_A\frac{V^2}{R}$$

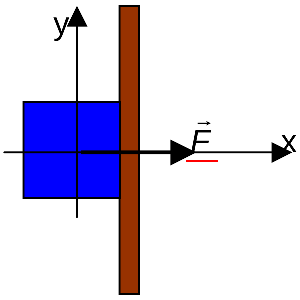
Mas como a força elétrica é quem mantém o movimento circular e uniforme, temos que:

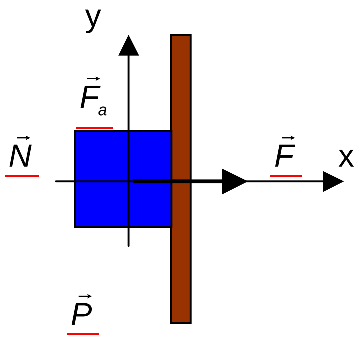
$$F_E = F_c \quad \Rightarrow \quad m_A\frac{V^2}{R} = k\frac{Q_A Q_B}{R^2}$$

Solução de alguns problemas

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
11	Uma força horizontal $F = 12N$ comprime um bloco pesando $P = 5N$ contra uma parede vertical. O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco é $\mu_e = 0,60$ e o coeficiente de atrito cinético é $\mu_c = 0,40$. Suponha que inicialmente o bloco esteja em repouso.

a) O bloco se moverá?





O bloco está em repouso na direção horizontal, logo:

$$N = F = 12Newtons$$

A força de atrito estático máxima é dada por:

$$F_a = \mu_e N = 0,60 \cdot 12 \quad \therefore \quad F_a = 7,2N$$

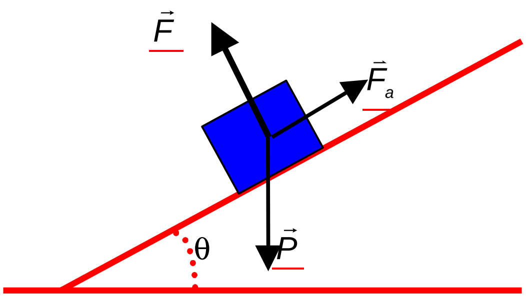
Como o peso do bloco é P = 5N , menor que a força de atrito estático ***máxima***, o bloco não se moverá.

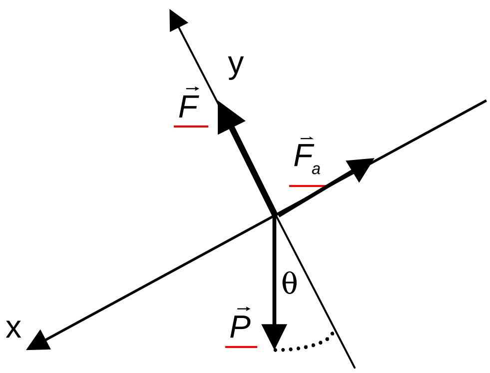
b) Qual a força exercida pela parede sobre o bloco, em notação de vetores unitários?

A força resultante exercida pela parede sobre o bloco será a soma da força normal com a força de atrito. Mas $\vec{F} = 12\hat{i}$, logo teremos que $\vec{N} = -12\hat{i}$. Como o bloco não se move a força de atrito é igual, em módulo, ao peso do bloco, ou seja:

$$\vec{F}_R = -12\hat{i} + 5\hat{j}$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
16	Um aluno deseja determinar os coeficientes de atrito estático e cinético entre uma caixa e uma prancha. Ele coloca a caixa sobre a prancha e lentamente vai levantando uma das extremidades da prancha. Quando o ângulo de inclinação faz 30^0 com a horizontal, a caixa começa a deslizar, descendo pela prancha cerca de $2,5m$ em $4s$. Quais são os coeficientes de atrito determinados?





Enquanto a caixa está em repouso temos em ação o atrito estático, e ele vai aumentando à medida que o ângulo de inclinação da tábua aumenta. No limiar, quando ela está prestes a começar o movimento, a força de atrito estático máxima que é igual a μ_E N . Pela segunda Lei de Newton

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{aE} = 0$$

Decompondo as forças segundo os eixos cartesianos, encontramos

$$P\ sen\theta - F_{aE} = 0$$

$$N - P\ cos\theta = 0$$

$$\frac{P\,\text{sen}\theta}{P\cos\theta} = \frac{F_{aE}}{N} = \frac{\mu_E N}{N} \quad \Rightarrow \quad \mu_E = \tan\theta$$

Como $\theta = 30^0$:

$$\mu_E = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Quando o movimento se inicia o coeficiente de atrito diminui e passa de estático para cinético. A caixa passa a descer acelerada. Pela segunda Lei de Newton:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{aC} = m\vec{a}$$

Decompondo as forças segundo os eixos cartesianos, encontramos

$$N - P\ cos\theta = 0$$
$$P\ sen\theta - F_{aC} = ma$$

Usando a primeira equação, a força de atrito pode ser expressa como:

$$F_{aC} = \mu_C\ N = = \mu_C\ P\ cos\theta$$

Usando esse resultado na segunda equação:

$$P\ sen\theta - \mu_C\ P\ cos\theta = ma$$

ou seja:

$$a = g\ (\ sen\theta - \mu_C\ cos\theta\ )$$

Para esse problema:
$v_0 = 0$
$d = 2{,}5m$
$t = 4s$

$$d = \frac{at^2}{2} \quad \therefore \quad a = \frac{2d}{t^2} = g(\text{sen}\theta - \mu_C\cos\theta)$$

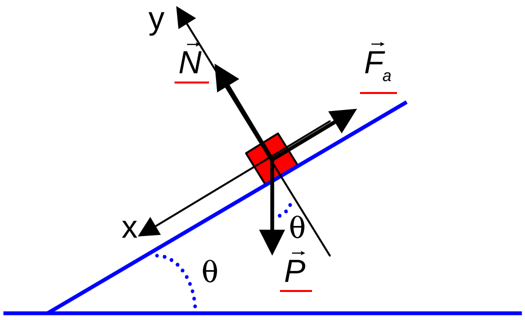
$$\mu_C = \frac{1}{\cos\theta}\left(\text{sen}\theta - \frac{2d}{gt^2}\right) = 0{,}54$$

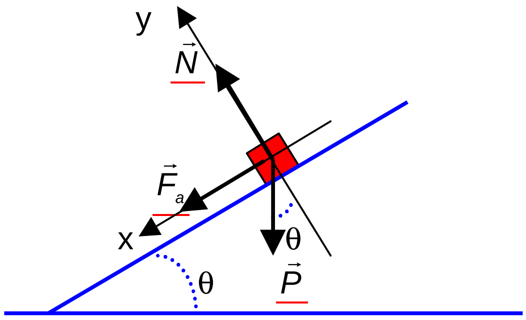
Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

21 Um bloco desliza para baixo com velocidade constante sobre um plano com inclinação θ. Em seguida, é lançado para cima sobre o mesmo plano com uma velocidade escalar inicial v_0.

a) Que altura do plano alcançará antes de parar?

Bloco descendo *Bloco subindo*





Quando está descendo o bloco tem velocidade constante, logo aceleração nula, portanto:

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = 0$$

Decompondo segundo os eixos cartesianos:

$$\begin{cases} P\,\text{sen}\,\theta - F_a = 0 \\ \\ N - P\cos\theta = 0 \end{cases}$$

Mas $F_a = \mu_C N = = \mu_C P\ cos\theta$, logo

$$P\ sen\theta = \mu_C P\ cos\theta$$

logo

$$\mu_C = tan\theta$$

Quando está subindo o bloco tem velocidade variável, logo aceleração não nula, portanto:

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

Decompondo segundo os eixos cartesianos:

$$\begin{cases} P\,\text{sen}\,\theta + F_a = ma \\ \\ N - P\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$ma = P\ sen\theta + \mu_C P\ cos\theta$$

$$ma = P\ sen\theta + tan\theta\, P\ cos\theta$$

$$a = 2g\ sen\theta$$

Como a desaceleração do bloco na subida será $a = 2g\ sen\theta$:

$$v^2 = v_0^2 - 2ad \quad \therefore \quad d = \frac{v_0^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_0^2}{4g\,\text{sen}\,\theta}$$

$$h = d\,\text{sen}\,\theta \quad \therefore \quad h = \frac{v_0^2}{4g}$$

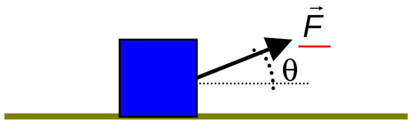
b) Ele deslizará para baixo novamente? Justifique a sua resposta.

Não! Como ele estava deslizando com velocidade constante na descida, a inclinação do plano era suficiente apenas para "compensar" o atrito cinético. Mas o atrito estático máximo é maior que o atrito cinético, logo ao parar (na subida) ele permanecerá parado.

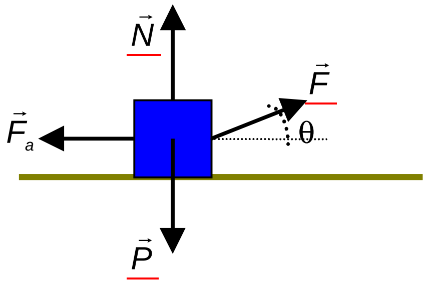
Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

22 Uma caixa de *68kg* é puxada pelo chão por uma corda que faz um ângulo de 15^0 acima da horizontal.

a) Se o coeficiente de atrito estático for $\mu_e = 0{,}50$, qual a tensão mínima necessária para iniciar o movimento da caixa?



Vamos considerar que a força de atrito estático atingiu o seu máximo, a resultante das forças que atuam no corpo ainda é nula. Nesse caso:



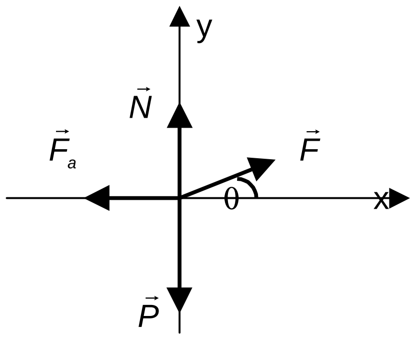
$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{P} = 0$$

Considerando o eixo y:

$$N + F\,sen\theta - P = 0$$

ou seja:

$$N = P - F\,sen\theta$$



Considerando o eixo x:

$$F\cos\theta - F_a = 0$$

ou seja:

$$F_a = \mu_e\, N = F\cos\theta$$

logo:

$$N = \frac{F\cos\theta}{\mu_e} = P - F\,\mathrm{sen}\,\theta$$

e finalmente

$$F = \frac{\mu_e P}{\cos\theta + \mu_e\,\mathrm{sen}\,\theta} = 304{,}19N$$

b) Se o coeficiente de atrito cinético for $\mu_c = 0{,}35$, qual a sua aceleração inicial?
Usando a segunda Lei de Newton:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{P} = m\vec{a}$$

Considerando o eixo y:

$$N + F\,sen\theta - P = 0$$

ou seja:

$$N = P - F\,sen\theta$$

Considerando o eixo x:

$$F\cos\theta - F_a = ma$$

onde

$$F_a = \mu_c\, N = \mu_c\, P - \mu_c\, F\,sen\theta$$

logo:

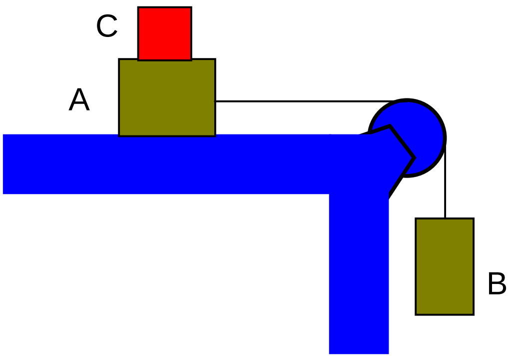
$$ma = F\cos\theta + \mu_c\, F\,sen\theta - \mu_c\, P$$

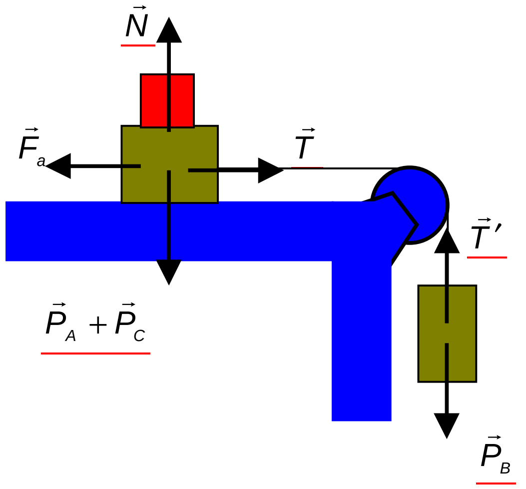
$$a = \frac{F}{m}\left(\cos\theta + \mu_c\,\mathrm{sen}\,\theta\right) - \mu_c g = 1{,}29m/s^2$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

24 Na figura a seguir, A e B são blocos com pesos de *44N* e *22N* , respectivamente.

a) Determine o menor peso (bloco C) que deve ser colocado sobre o bloco A para impedi-lo de deslizar, sabendo-se que μ_E entre o bloco A e a mesa é *0,20*.





Para que não exista movimento, a resultante de forças que atuam nos blocos devem ser nulas, e o atrito estático entre o bloco A e a mesa deve ser máximo:

$$\begin{cases} \vec{N} + \vec{T} + \vec{P}_A + \vec{P}_C + \vec{F}_a = 0 \quad \therefore \quad \begin{cases} N - P_A - P_C = 0 \\ T - F_a = 0 \end{cases} \\ \vec{P}_B + \vec{T}' = 0 \quad \therefore \quad \left[P_B - T' = 0 \right. \end{cases}$$

Como a corda que liga os blocos A e B tem massa desprezível, temos que $T = T'$. Desse modo:

$$T = F_a = \mu_E N = \mu_E (P_A + P_C)$$

Por outro lado:

$$T = T' = P_B \quad \therefore \quad T = P_B = \mu_E (P_A + P_C)$$

ou seja:

$$P_C = \frac{P_B}{\mu_E} - P_A = 66N$$

b) Se o bloco C for repentinamente retirado, qual será a aceleração do bloco A, sabendo-se que μ_C entre A e a mesa é *0,15* ?

$$\begin{cases} \vec{N}+\vec{T}+\vec{P}_A+\vec{F}_a=m_A\vec{a} \quad \therefore \quad \begin{cases} N-P_A=0 \\ T-F_a=m_Aa \end{cases} \\ \vec{P}_B+\vec{T}'=m_B\vec{a}' \quad \therefore \quad \left[P_B-T'=m_Ba'\right. \end{cases}$$

Como a corda que liga os blocos A e B é inextensível, *a = a´*, e desse modo:

$$\begin{cases} T-\mu_CP_A=m_Aa \\ P_B-T=m_Ba \end{cases}$$

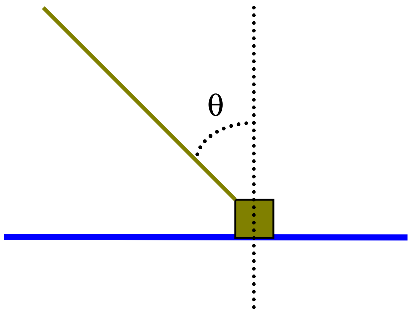
Somando essas duas equações, encontramos:

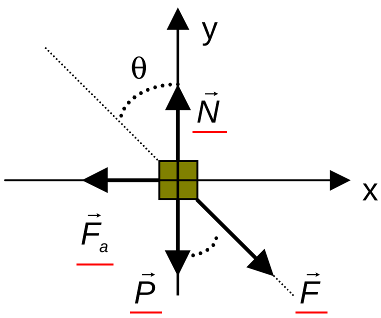
$$P_B - \mu_C P_A = (m_A + m_B)\, a$$

$$a=\left(\frac{P_B-\mu_CP_A}{P_B+P_A}\right)g = 2{,}28 m/s^2$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
26	Na figura a seguir um trabalhador cuidadoso aplica uma força $\vec{F}$ ao longo do cabo de um esfregão. O cabo faz um ângulo θ com a vertical, sendo μ_E e μ_C os respectivos coeficientes de atrito estático e cinético entre o esfregão e o chão. Despreze a massa do cabo e suponha que toda a massa *m* esteja no esfregão.

a) Qual o valor de F , se o esfregão se move pelo chão com velocidade constante?





Como o esfregão se move com aceleração nula:

$$\vec{F}+\vec{P}+\vec{F}_a+\vec{N}=0 \quad \therefore \quad \begin{cases} N-P-F\cos\theta=0 \\ F\,\mathrm{sen}\theta-F_a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N=P+F\cos\theta \\ F_a=\mu_CN=F\,\mathrm{sen}\theta \end{cases}$$

$$\mu_C\,(P + F\cos\theta) = F\,sen\theta$$

logo:

$$F = \left(\frac{\mu_C}{\mathrm{sen}\theta - \mu_C\cos\theta}\right)P$$

b) Mostre que se θ é menor que um determinado valor θ_0 então $\vec{F}$ (ainda aplicada ao longo do cabo) é incapaz de mover o esfregão. Determine θ_0 .

Suponhamos que ao aplicar uma força F no cabo do esfregão, passemos a variar (aumentar) o ângulo θ até que a força de atrito impeça o movimento. Este ângulo será chamado θ_0 . Por maior que seja a força externa F se $\theta < \theta_0$ não existirá movimento. As equações serão equivalentes às anteriores, considerando agora o coeficiente de atrito estático:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_a + \vec{N} = 0 \quad \therefore \quad \begin{cases} N - P - F\cos\theta_0 = 0 \\ \\ F\,\mathrm{sen}\theta_0 - F_a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = P + F\cos\theta_0 \\ \\ F_a = \mu_E N = F\,\mathrm{sen}\theta_0 \end{cases}$$

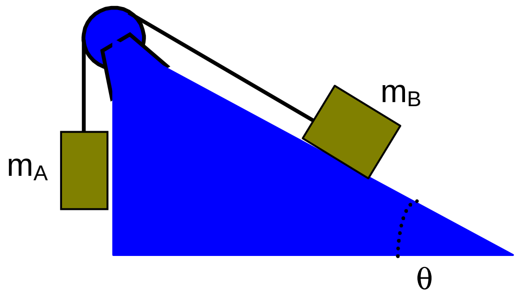
$$F = \left(\frac{\mu_E}{\mathrm{sen}\theta_0 - \mu_E\cos\theta_0}\right)P$$

Esse ângulo θ_0 será aquele tal que o denominador acima será nulo, de modo que mesmo com uma força externa F muito grande o esfregão ainda permanecerá em repouso. Temos então que:

$$\mathrm{sen}\theta_0 - \mu_E\cos\theta_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_0 = \mu_E \quad \therefore \quad \theta_0 = arc\tan\mu_E$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

31 O corpo B na figura pesa *102N* e o corpo *A* pesa *32N* . Os coeficientes de atrito entre o bloco e o plano inclinado são $\mu_e = 0,56$ e $\mu_c = 0,25$.



a) Determine a aceleração do sistema se B estiver inicialmente em repouso.

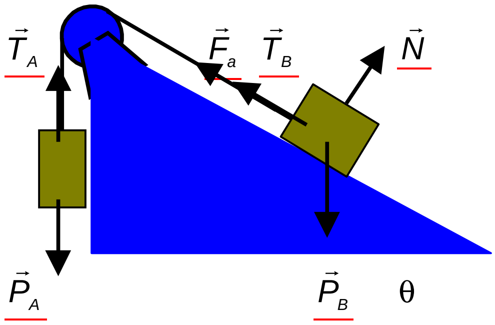
$\theta = 40^0$

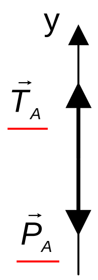
$P_B = 102N$

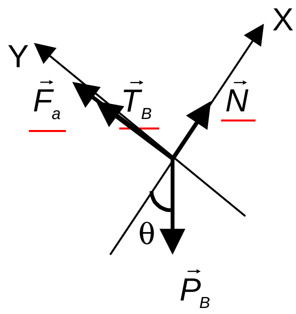
$P_A = 32N$

$\mu_e = 0,56$

$\mu_c = 0,25$







Quando o sistema estiver parado, mas com tendência para que o bloco B se mova para baixo.

$$T_A = P_A \quad \therefore \quad T_B = T_A = P_A$$

O bloco B só poderá mover-se ao longo do plano inclinado, logo é nula a resultante das forças perpendiculares a esse plano que atuam nesse bloco. Ou seja:

$$N - P_B \cos\theta = 0 \quad \therefore \quad N = P_B \cos\theta$$

Mas

$$F_a = \mu_E \, N = \mu_E \, P_B \cos\theta$$

Afora a força de atrito, existem outras forças que atuam paralelamente ao plano inclinado. Vamos chamar a resultante dessas forças de F, portanto:

$$F = P_B \, sen\theta - T_B = P_B \, sen\theta - P_A$$

essa força puxará o bloco para baixo, e ele mover-se-á quando F for maior ou igual a força de atrito estático máxima:

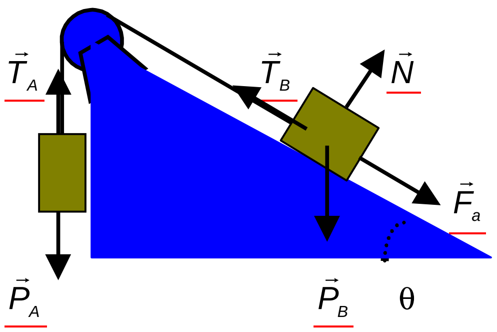
Se $F \geq \mu_E N$ *acontecerá movimento*

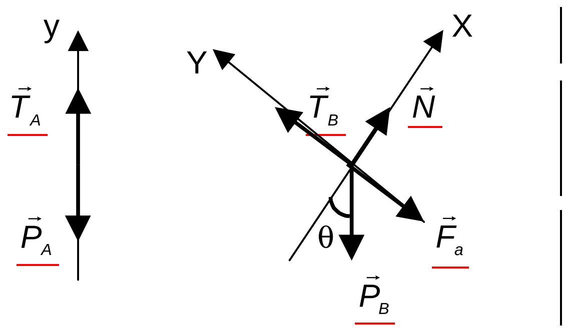
Usando os valores dados no enunciado, encontramos que:

$$F = 35{,}56N \quad e \quad \mu_E \, N = 43{,}75N$$

Conclusão: Se o conjunto, estiver parado, vai permanecer desse modo.

b) Determine a aceleração do sistema se B estiver movendo-se para cima no plano inclinado.





Aplicando a segunda Lei de Newton para os dois corpos, teremos:

$$\begin{cases} \vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{N} + \vec{F}_a = m_B \vec{a}_B \\ \\ \vec{T}_A + \vec{P}_A = m_A \vec{a}_A \end{cases}$$

Como os dois blocos estão conectados por uma corda inextensível, quando um deles se deslocar de uma distância Δs num intervalo de tempo Δt o outro se deslocará da mesma distância no mesmo intervalo de tempo, logo as suas acelerações serão as mesmas, em módulo. Ou seja:

$$a_A = a_B = a$$

Como a corda tem massa desprezível, podemos mostrar que as tensões são iguais, ou seja:

$$T_A = T_B = T$$

Vamos supor que o primeiro bloco irá descer. Caso essa suposição não seja verdadeira a aceleração terá o sinal negativo. Para o primeiro bloco, temos as seguintes equações:

$$N - P_B \cos\theta = 0$$

$$T - P_B \,sen\theta - F_a = m_B\, a$$

onde $F_a = \mu_c N = \mu_c P_B \cos\theta$, e para o segundo corpo:

$$P_A - T = m_A\, a$$

Somando as duas últimas equações, encontramos:

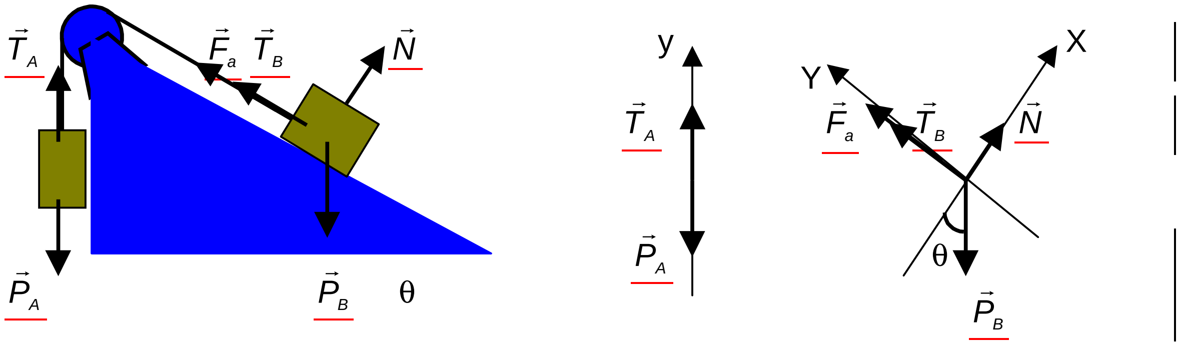
$$P_A - P_B \,sen\theta - \mu_c P_B \cos\theta = (m_A + m_B)\, a$$

ou seja:

$$a = \left[\frac{m_A - m_B(\mathrm{sen}\,\theta + \mu_c \cos\theta)}{m_A + m_B}\right] g = -\,3{,}88 m/s^2$$

O resultado do cálculo da aceleração ser negativo indica que a suposição do corpo B subir é inconsistente, em outras palavras: ele não subirá.

c) Determine a aceleração do sistema se B estiver movendo-se para baixo no plano inclinado.



Esse problema é basicamente igual ao do item anterior, com a diferença que a força de atrito aponta no sentido contrário. As equações vetoriais são as mesmas

$$\begin{cases} \vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{N} + \vec{F}_a = m_B \vec{a}_B \\ \\ \vec{T}_A + \vec{P}_A = m_A \vec{a}_A \end{cases}$$

As componentes são:

$$N - P_B \cos\theta = 0$$

$$P_B \,sen\theta - F_a - T = m_B\, a$$

onde $F_a = \mu_c N = \mu_c P_B \cos\theta$, e para o segundo corpo:

$$T - P_A = m_A a$$

Somando as duas últimas equações, encontramos:

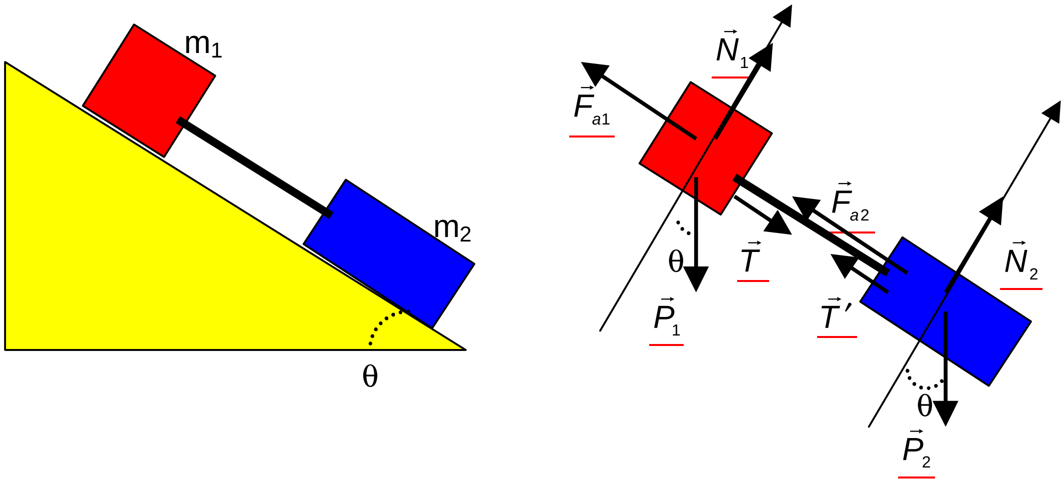
$$P_B \,sen\theta - \mu_c P_B \cos\theta - P_A = (m_A + m_B)\, a$$

ou seja:

$$a = \left[\frac{m_B(sen\theta - \mu_c \cos\theta) - m_A}{m_B + m_A}\right] g = +1{,}02 m/s^2$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
35	Dois blocos de massas $m_1 = 1{,}65kg$ e $m_2 = 3{,}30kg$, deslizam para baixo sobre um plano inclinado, conectadas por um bastão de massa desprezível com m_1 seguindo m_2 . O ângulo de inclinação é $\theta = 30^0$. O coeficiente de atrito entre m_1 e o plano é $\mu_1 = 0{,}226$ e entre m_2 e o plano é $\mu_2 = 0{,}113$. Calcule:

a) A aceleração conjunta das duas massas.



Corpo 1 *Corpo 2*

$$\vec{T} + \vec{P}_1 + \vec{F}_{a1} + \vec{N}_1 = m_1\vec{a}_1 \qquad \vec{T}' + \vec{P}_2 + \vec{F}_{a2} + \vec{N}_2 = m_2\vec{a}_2$$

Como o bastão é inextensível as acelerações dos blocos são iguais, e como esse bastão tem massa desprezível as forças T e T' têm mesmo módulo. desse modo:

$$T + P_1 \,sen\theta - F_{a1} = m_1 a \qquad -T + P_2 \,sen\theta - F_{a2} = m_2 a$$

$$N_1 - P_1 \cos\theta = 0 \qquad N_2 - P_2 \cos\theta = 0$$

$$T + P_1 \,sen\theta - \mu_1 P_1 \cos\theta = m_1 a$$
$$-T + P_2 \,sen\theta - \mu_2 P_2 \cos\theta = m_2 a$$

Somando essas duas equações, encontramos

$$(P_1 + P_2)\, sen\theta - (\mu_1 P_1 + \mu_2 P_2) \cos\theta = (m_1 + m_2)\, a$$

ou seja:

$$a = \left[\frac{(m_1 + m_2)\mathrm{sen}\theta - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)\cos\theta}{m_1 + m_2}\right] g = 3{,}62 m/s^2$$

b) A tensão no bastão.

Temos que:

$$T = m_1\, a - P_1\, sen\theta + \mu_1\, P_1\, cos\theta$$

e usando o resultado do cálculo da aceleração, encontramos:

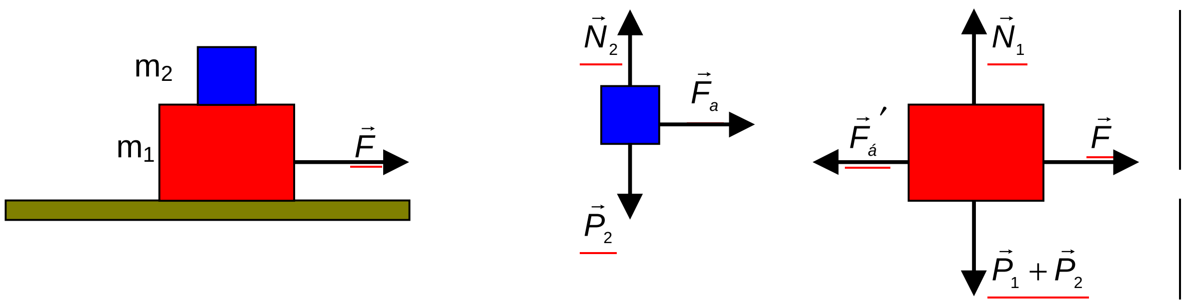
$$T = (\mu_1 - \mu_2)\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g\cos\theta = 1{,}05N$$

c) Como ficariam as respostas *a* e *b* se as massas fossem invertidas?

Se nos resultado da aceleração trocarmos 1 por 2 a equação não se modificará, e portanto não irá alterar o movimento com essa mudança. No entanto a tensão irá trocar de sinal, e isso significa que o bloco que empurrava irá puxar e vice-versa.

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
36	Um bloco de massa $m_2 = 4kg$ é colocado em cima de outro de massa $m_1 = 5kg$. Para fazer o bloco de cima deslizar sobre o de baixo, que é mantido fixo, uma força horizontal de pelo menos $T = 12N$ deve ser aplicada ao de cima. O conjunto dos blocos é agora colocado sobre uma mesa horizontal sem atrito. Determine:

a) A força horizontal máxima que pode ser aplicada ao bloco inferior para que ainda se movimentem juntos.



Como foi mencionado, quando mantemos o bloco de baixo fixo, uma força horizontal de pelo menos $T = 12N$ deve ser aplicada ao de cima, para que ele inicie um movimento. Isso significa que a força de atrito estático máxima entre os dois blocos tem esse valor.

Quando uma força F menor que a limite, atuar no bloco de baixo, o conjunto se moverá com acelerado, logo:

$$F = (\, m_1 + m_2\,)\, a$$

Os dois blocos interagem através da força de atrito, de modo que essa é a única força horizontal que atua no bloco de cima, e portanto:

$$F_a = m_2\, a \quad \therefore \quad a = \frac{F_a}{m_2}$$

logo:

$$F = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right)F_a = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right)T = 27N$$

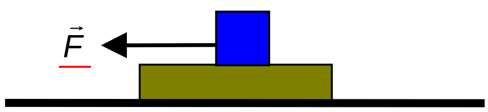
b) A aceleração resultante dos blocos.

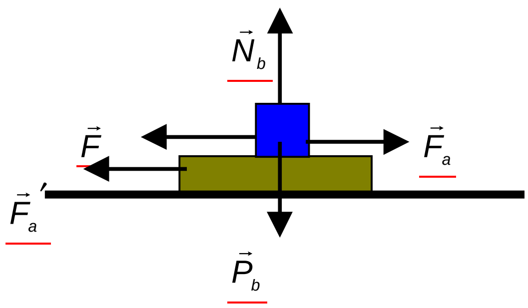
$$a = \frac{F_a}{m_2} = 3m/s^2$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

37 Uma tábua de $40kg$ está em repouso sobre um assoalho sem atrito, e um bloco de 10kg está colocado em cima da tábua. O coeficiente de atrito estático μ_E entre o bloco e a tábua é $0,60$, enquanto o de atrito cinético μ_C é $0,40$. O bloco de $10kg$ é puxado por uma força horizontal de $100N$.

a) Qual a aceleração resultante do bloco?





A força de atrito estático máxima é:

$$F_{aE} = \mu_E\, N = \mu_E\, P_b = 58,8N$$

Como a força externa F = 100N a força de atrito estático não será suficiente para manter o bloco e a tábua sem movimento relativo. À medida que o bloco começa a se mover, o atrito enter ele e a tábua passa a ser cinético:

$$F_{aC} = \mu_C\, N = \mu_C\, P_b = 39,2$$

A resultante das forças que atuam no bloco é:

$$\vec{F} + \vec{P}_b + \vec{F}_a + \vec{N}_b = m_b \vec{a}_b \quad \therefore \quad \begin{cases} F - F_{aC} = m_b a_b \\ N_b - P_b = 0 \end{cases}$$

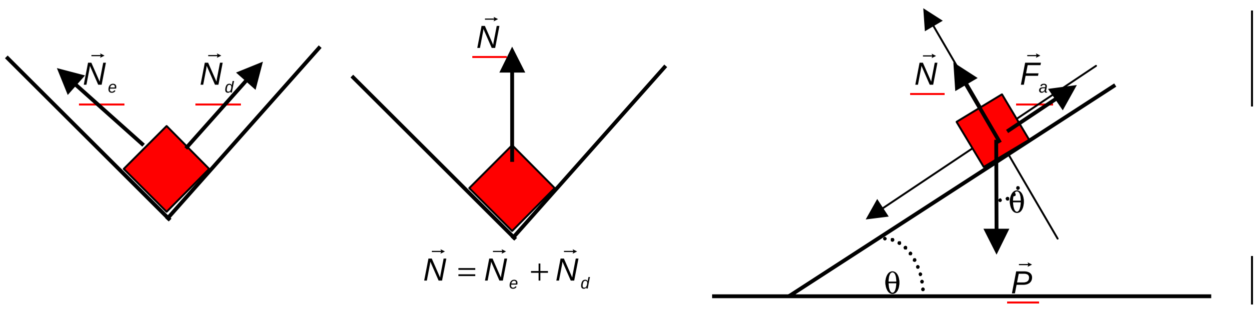
$$a_b = \frac{F - \mu_C P_b}{m_b} = 6{,}08m/s^2$$

b) Qual a aceleração resultante da tábua?

A única força horizontal que atua na tábua é F_a' que é a reação à força de atrito que atua no bloco, logo:

$$F_a' = m_t a_t \quad \therefore \quad a_t = \frac{\mu_C P_b}{m_t} = 0{,}98m/s^2$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
39	Uma caixa desliza para baixo através de uma calha de perfil de 90^0 , que está inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, conforme mostra a figura. O coeficiente de atrito cinético entre elas é μ_C . Qual a aceleração da caixa em função de μ_C , θ e g ?



Como é de 90^0 o ângulo entre os vetores $\vec{N}_e$ e $\vec{N}_d$, e como eles têm o mesmo módulo:

$$N = \sqrt{N_e^2 + N_d^2} = N_e\sqrt{2}$$

Por outro lado:

$$\begin{cases} F_{ae} = \mu_C N_e \\ \\ F_{ad} = \mu_C N_d \end{cases} \Rightarrow \quad F_a = F_{ae} + F_{ad} = \mu_C (N_e + N_d) = 2\mu_C N_e = 2\mu_C \frac{N}{\sqrt{2}}$$

$$F_a = \sqrt{2}\mu_C N$$

Com essa última equação, temos um problema em três dimensões transformado em um outro problema equivalente em duas dimensões. Usando a figura acima da direita:

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = m\vec{a} \quad \therefore \quad \begin{cases} N - P\cos\theta = 0 \\ \\ P\,\text{sen}\,\theta - F_a = ma \end{cases}$$

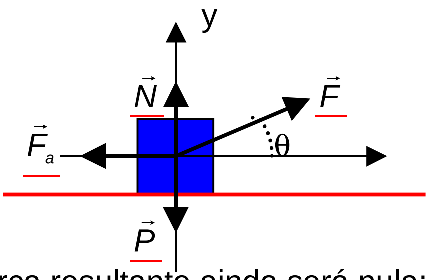
$$ma = mg\,\text{sen}\,\theta - F_a = mg\,\text{sen}\,\theta - \sqrt{2}\mu_C N = mg\,\text{sen}\,\theta - \sqrt{2}\mu_C mg\cos\theta$$

$$a = g\left(\text{sen}\,\theta - \sqrt{2}\mu_C \cos\theta\right)$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
41	Uma caixa de areia inicialmente em repouso, é puxada pelo chão por uma corda onde a tensão não pode ultrapassar 1100N . O coeficiente de atrito estático entre o chão e a caixa é 0,35 .

a) Qual deverá ser o ângulo da corda em relação à horizontal, de forma a permitir puxar a maior quantidade de areia possível?

A maior dificuldade será colocar a caixa em movimento. Devemos encontrar o ângulo adequado para que a força externa seja suficiente para equilibrar a força de atrito estático máximo



Quando a caixa estiver prestes a se mover, a força resultante ainda será nula:

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_a = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} T\cos\theta - F_a = 0 \\ T\,\text{sen}\,\theta + N - P = 0 \end{cases}$$

$$\frac{F_a}{N} = \frac{\mu_E N}{N} = \frac{T\cos\theta}{P - T\,\text{sen}\,\theta}$$

$$\mu_E(\,P - T\,sen\theta\,) = T\,cos\theta \qquad \therefore \qquad P(\theta\,) = T\,(\,cos\theta + \mu_E\,sen\theta\,)/\mu_E$$

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{T}{\mu_E}\left(-\,\text{sen}\,\theta + \mu_E\cos\theta\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_0 = \mu_E$$

$$\theta_0 = arc\ tan\ \mu_E = 19{,}29^0$$

b) Qual o peso da caixa de areia nessa situação?

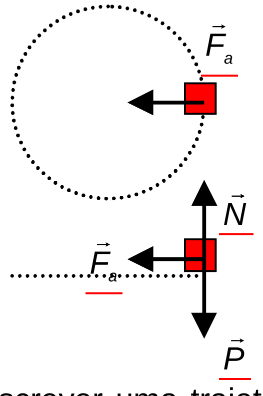
$$P(\theta_0) = T_M\,(\,cos\theta_0 + \mu_E\,sen\theta_0)/\mu_E = 3329{,}77N$$

Gráfico do peso máximo possível de ser arrastado pela corda, em função do ângulo de aplicação da força externa.

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

47 Se o coeficiente de atrito estático dos pneus numa rodovia é $0,25$, com que velocidade máxima um carro pode fazer uma curva plana de $47,5m$ de raio, sem derrapar?

A resultante das forças que atuam no corpo é:



$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = m\vec{a} \quad \therefore \quad \begin{cases} N - P = 0 \\ \\ F_a = ma \end{cases}$$

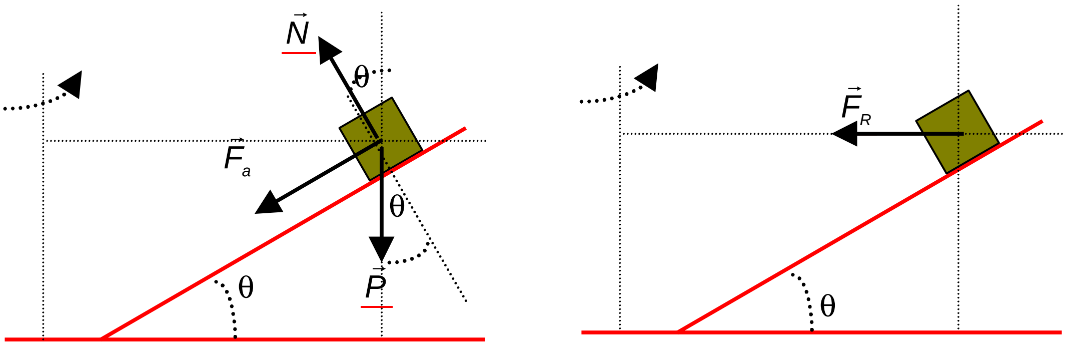
A força resultante é a força de atrito, pois na direção vertical existe um equilíbrio entre as forças que atuam no carro. E é essa força resultante que possibilita o corpo descrever uma trajetória circular com velocidade constante. Desse modo a força de atrito será a força centrípeta.

$$F_a = ma \quad \Rightarrow \quad \mu_E mg = \frac{mv^2}{R} \quad \therefore \quad v = \sqrt{\mu_E Rg} = 10,78m/s = 38,80km/h$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

51 Uma curva circular de uma auto-estrada é projetada para velocidades de 60km/h .

a) Se o raio da curva é de 150m , qual deve ser o ângulo de inclinação da rodovia?



Vamos considerar uma situação que envolva os dois itens, a estrada é inclinada e tem atrito. O desenho da direita mostra a força resultante, e como já foi dito é conhecida como força centrípeta. Usando a segunda Lei de Newton:

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = m\vec{a} \quad \therefore \quad \begin{cases} N\cos\theta - F_a \operatorname{sen}\theta - P = 0 \\ \\ N\operatorname{sen}\theta + F_a\cos\theta = ma \end{cases}$$

Da primeira equação da direita, encontramos que:

$$N = \frac{P}{\cos\theta - \mu_E \operatorname{sen}\theta}$$

e usando esse valor na segunda equação:

$$\left(\frac{P}{\cos\theta - \mu_E \operatorname{sen}\theta}\right)\operatorname{sen}\theta + \mu_E\left(\frac{P}{\cos\theta - \mu_E \operatorname{sen}\theta}\right)\cos\theta = ma$$

ou seja:

$$a = \left(\frac{\operatorname{sen}\theta + \mu_E \cos\theta}{\cos\theta - \mu_E \operatorname{sen}\theta}\right)g = \left(\frac{\mu_E + \tan\theta}{1 - \mu_E \tan\theta}\right)g$$

ou ainda:

$$\tan\theta = \frac{a - \mu_E g}{g + \mu_E a}$$

Quando $\mu_E = 0$, que é o caso do primeiro item, quando não existe atrito:

$$\tan\theta = \frac{a}{g} = \frac{v^2}{Rg} = 0{,}188 \quad \therefore \quad \theta = 10{,}70^0$$

b) Se a curva não fosse inclinada, qual deveria ser o coeficiente de atrito mínimo, entre os pneus e a rodovia, para permitir o tráfego a essa velocidade, sem derrapagem?

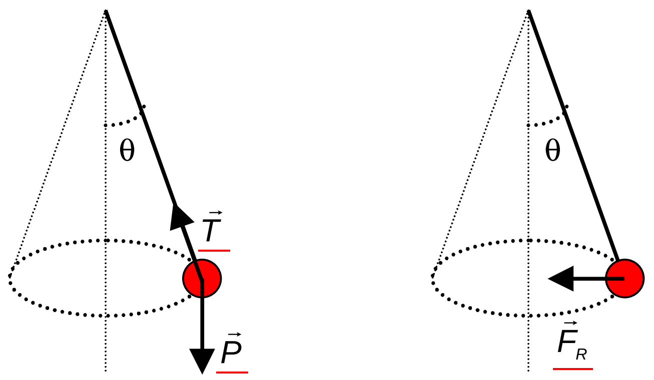
Neste caso $\theta = 0$ e portanto encontramos que:

$$\mu_E = \frac{a}{g} = 0{,}188$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
54	Um pêndulo cônico é formado por uma massa de 50g presa a uma cordão de 1,2m. A massa gira formando um círculo horizontal de 25cm de raio.

a) Qual a sua aceleração?

m = 50g = 0,05kg
l = 1,2m
r = 25cm = 0,25m



Usando a segunda Lei de Newton:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \quad \therefore \quad \begin{cases} T\cos\theta - P = 0 \\ \\ T\operatorname{sen}\theta = ma \end{cases} \Rightarrow \frac{T\operatorname{sen}\theta}{T\cos\theta} = \frac{ma}{mg}$$

ou seja:

$$a = g\tan\theta = g\frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 2{,}08m/s^2$$

b) Qual a sua velocidade?

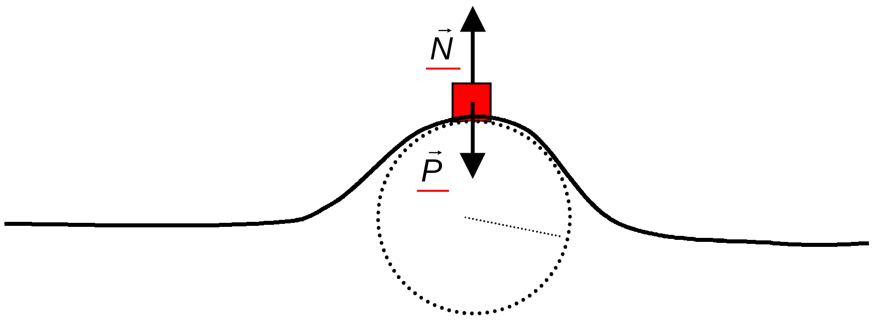
$$a = \frac{v^2}{r} \quad \therefore \quad v = \sqrt{ar} = 0{,}72m/s$$

c) Qual a tensão no cordão?

$$T = \frac{ma}{\operatorname{sen}\theta} = ma\frac{l}{r} = 0{,}499N$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

57 Um dublê dirige um carro sobre o alto de uma montanha cuja seção reta é aproximadamente um círculo de 250m de raio, conforme a figura a seguir. Qual a maior velocidade que pode dirigir o carro sem sair da estrada, no alto da montanha?



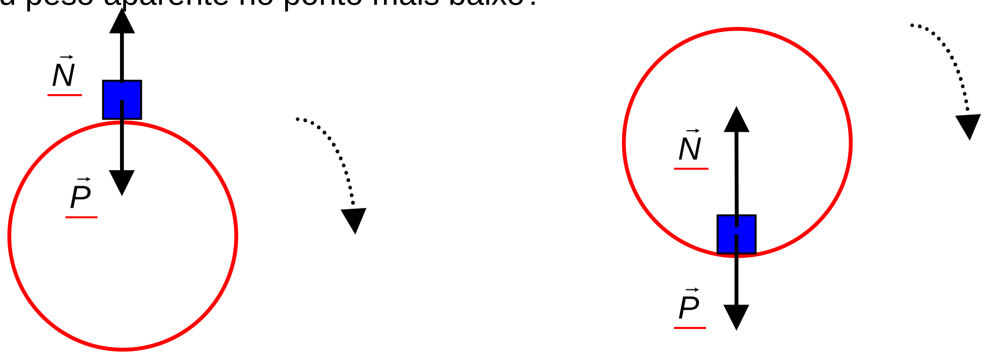
Quando uma carro perde o contato com o solo a única força que permanece atuando nele é o seu peso. Mas quando ele está prestes a perder o contato a força normal já é nula. Neste problema a trajetória é circular e nessa situação limite descrita pelo enunciado a força centrípeta é o seu peso:

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \therefore \quad mg = P = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{rg} = 49{,}49m/s = 178{,}19km/h$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

62 Um estudante de $68kg$, numa roda gigante com velocidade constante, tem um peso aparente de $56kg$ no ponto mais alto.

a) Qual o seu peso aparente no ponto mais baixo?



Nos pontos mais alto e mais baixo, a segunda Lei de Newton diz que:

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad onde \quad a = \frac{v^2}{R}$$

Ponto mais alto — *Ponto mais baixo*

$$P - N_A = ma \qquad\qquad N_B - P = ma$$

Onde N_A e N_B são as normais nos pontos mais alto e mais baixo respectivamente. A normal é uma reação do assento ao corpo do estudante que está sentado nele. Se estivesse sentado em uma balança colocada nesse assento, ela mostraria exatamente o valor de N , que é por isso chamado de peso aparente. Igualando as duas últimas equações, encontramos:

$$P - N_A = N_B - P \quad \therefore \quad N_B = 2P - N_A = (2m - m_A)\, g = 80 \,.\, 9{,}8$$

$$N_B = 784Newt \quad \text{e} \quad m_B = 80kg$$

b) E no ponto mais alto, se a velocidade da roda gigante dobrar?

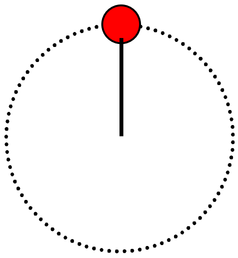
$$\begin{cases} P - N_A = m\dfrac{v^2}{R} \\ P - N_A' = m\dfrac{(2v)^2}{R} = 4m\dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$

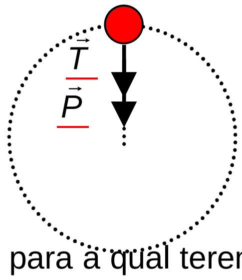
$$m\frac{v^2}{R} = \frac{P - N_A'}{4} = P - N_A \quad \therefore \quad N_A' = 4N_A - 3P$$

$$N_A' = 196Newt \quad \text{e} \quad m_A' = 20kg$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição

63 Uma pedra presa à ponta de uma corda gira em um círculo vertical de raio R . Determine a velocidade crítica, abaixo da qual a corda pode afrouxar no ponto mais alto.





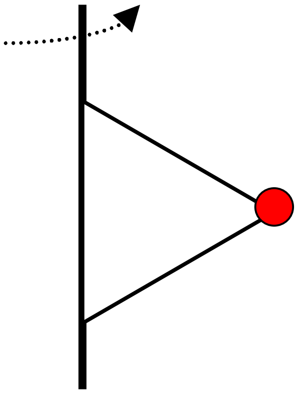
A velocidade mínima para a corda não afrouxar é àquela para a qual teremos $T = 0$, logo:

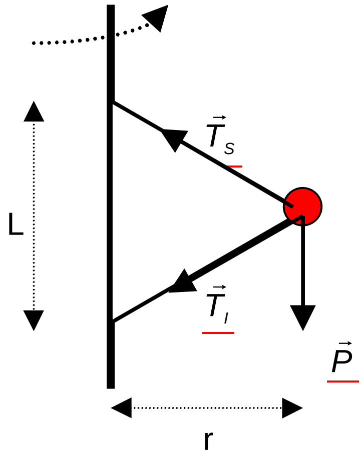
$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad mg = m\frac{v^2}{R} \quad \therefore \quad v = \sqrt{Rg}$$

Capítulo 6 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
70	A figura a seguir mostra uma bola de 1,34kg presa a um eixo girante vertical por duas cordas de massas desprezíveis. As cordas estão esticadas e formam os lados de um triângulo equilátero vertical. A tensão na corda superior é de 35N .

a) Desenhe o diagrama de corpo isolado para a bola.

L = 1,70m
m = 1,34kg
T_S = 35N



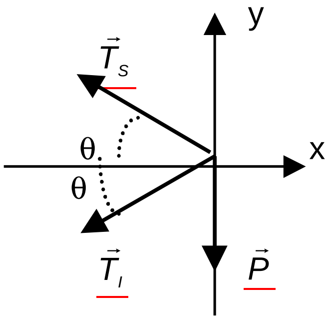


b) Qual a tensão na corda inferior?

Usando a segunda Lei de Newton:

$$\vec{T}_S + \vec{T}_I + P = m\vec{a} \quad onde \quad \begin{cases} a = \dfrac{v^2}{R} \\ r = L\cos\theta \end{cases}$$

Decompondo as forças segundo os eixos cartesianos definidos na figura ao lado:



$$\begin{cases} ma = T_S\cos\theta + T_I\cos\theta \\ \\ 0 = T_S\,\text{sen}\theta - T_I\,\text{sen}\theta - P \end{cases}$$

Da última equação, encontramos:

$$T_I = T_S - \frac{P}{\text{sen}\theta}$$

Como o triângulo formado pelos tirantes e o eixo é isósceles o ângulo entre os tirantes é 60^0 e consequentemente $\theta = 30^0$. Desse modo:

$$T_I = 8{,}736N$$

c) Qual a força resultante sobre a bola, no instante mostrado na figura?

$$ma = T_S \cos\theta + T_I \cos\theta = T_S \cos\theta + \left(T_S - \frac{P}{\text{sen}\theta} \right) \cos\theta$$

$$F = ma = 2\, T_S \cos\theta - P \cot\theta = 37{,}876N$$

d) Qual a velocidade da bola?

$$F = m\frac{v^2}{r} = m\frac{v^2}{l\cos\theta} \quad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{l\cos\theta\, F}{m}} = 6{,}45m/s$$